SIRONLINE.IN

050(G)
(OCTOBER : 2012)

1. ગણ $\{1,2,3,4,5\}$ અને પરનો સંબંધ $\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5)\}$ એ સ્વવાચક સંમિત અને પરંપરીત છે.
આમ S એ સામ્ય સંબંધ છે.

2. $f(x) = (7-x)P(x-3)$ નો વિસ્તાર - - - થાય
હવે $(7-x)P(x-3)$ વ્યાખ્યાયિત થવા માટે
$7-x \geq 1$ અને $x-3 \geq 0$
$7-1 \geq x$ $\quad x \geq 3$ હોવું જોઈએ
$6 \geq x$
આમ $x \in \{3,4,5,6\}$
$x=3$ લેતા $(7-x)P(x-3) = 4P_0 = 1$
$x=4$ લેતા $(7-x)P(x-3) = 3P_1 = 3$
$x=5$ લેતા $(7-x)P(x-3) = 2P_2 = 2\times1 = 2$
$x=6$ લેતા $(7-x)P(x-3) = 1P_3$ એ વ્યાખ્યાયિત નથી.
$\therefore$ વિસ્તાર $\{1,2,3\}$ થાય

3. ધારો કે B તટસ્થ ઘટક છે.
$\therefore A\Delta B = A$
$\therefore (A\cup B) = (A\cap B) = A$
જો $A\cup B = A$ અને $A\cap B = \emptyset$ માટે જ શક્ય છે.
$\therefore B = \emptyset$ જ શક્ય છે.
$\therefore \Delta$ માટે તટસ્થ ઘટક $\emptyset$ છે.
ધારો કે B એ A નો વ્યસ્ત છે.
$\therefore A\Delta B = \emptyset$
$\therefore (A\cup B) = (A\cap B) = \emptyset$
જો $A\cup B = A$ અને $A\cap B = A$ માટે જ શક્ય છે
તેથી $B = A$
આમ A નો વ્યસ્ત ઘટક A છે.
આમ Δ માટે તટસ્થ ઘટક $\emptyset$ અને વ્યસ્ત ઘટક A છે.

Smt V.P.G. Girl's High School Dhari

SIRONLINE.IN

4 $f: N \times N \to N$, $f((m,n)) = m+n$ દ્વારા વ્યાખ્યાયિત f એ એક-એક નથી અને વ્યાપ્ત નથી

$\therefore f(1,2) = 1+2 = 3$

$f(2,1) = 2+1 = 3$

$\therefore f(1,2) = f(2,1)$

પણ $(1,2) \neq (2,1)$

$\therefore$ f એક-એક નથી

વળી $1 \in N$ માટે $(m,n) \in N \times N$ મળતાં નથી

જેથી $f(m,n) = m+n = 1$ થાય

$\therefore$ f વ્યાપ્ત નથી

5 $f: R^+ \to R^+$, $f(x) = (5-x^2)^{1/2}$ તો $fof(x) =$ ----

$$fof(x) = f(f(x)) = f\left((5-x^2)^{1/2}\right)$$
$$= \left(5 - [(5-x^2)^{1/2}]^2\right)^{1/2}$$
$$= (5 - 5 + x^2)^{1/2}$$
$$= x$$

6 $$\sec^{-1}\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}\right) = \pi - \sec^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$$
$$= \pi - \frac{\pi}{6}$$
$$= \frac{5\pi}{6}$$

7 $\sin^{-1}x + \sin^{-1}y = \frac{2\pi}{3}$ તો $\cos^{-1}x + \cos^{-1}y =$ ----

હવે $\sin^{-1}x + \sin^{-1}y = \frac{2\pi}{3}$

$$\therefore \frac{\pi}{2} - \cos^{-1}x + \frac{\pi}{2} - \cos^{-1}y = \frac{2\pi}{3}$$
$$\therefore \pi - \frac{2\pi}{3} = \cos^{-1}x + \cos^{-1}y$$
$$\therefore \cos^{-1}x + \cos^{-1}y = \frac{\pi}{3}$$

8 $\sin\left(2\cos^{-1}\frac{4}{5}\right) =$ ----

$\cos^{-1}\frac{4}{5} = \theta$

$\cos\theta = \frac{4}{5}$

$\sin\theta = \frac{3}{5}$

હવે $\therefore \sin\left(2\cos^{-1}\frac{4}{5}\right) = \sin 2\theta$

$= 2\sin\theta\cos\theta$

$= 2\left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{4}{5}\right)$

$= \frac{24}{25}$

www.sironline.in

SIRONLINE.IN

9 $\cot^{-1}\frac{1}{2} + \cot^{-1}\frac{1}{3} = $ ——

$\cot^{-1}\frac{1}{2} + \cot^{-1}\frac{1}{3} = \tan^{-1}2 + \tan^{-1}3$

$= \pi + \tan^{-1}\left(\frac{2+3}{1-(2)(3)}\right)$

$= \pi + \tan^{-1}\left(\frac{5}{-5}\right)$

$= \pi - \frac{\pi}{4}$

$= \frac{3\pi}{4}$

10 $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \cos^{-1}\frac{3}{7}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \sin^{-1}\frac{2}{7}\right) + \cot\left(\tan^{-1}\frac{7}{6}\right) = $ ——

$= \cos\left(\cos^{-1}\frac{3}{7}\right) - \sin\left(\sin^{-1}\frac{2}{7}\right) + \cot\left(\cot^{-1}\frac{6}{7}\right)$

$= \frac{3}{7} - \frac{2}{7} + \frac{6}{7}$

$= \frac{3+2+6}{7}$

$= \frac{7}{7}$

$= 1$

11 જો $0 < x < 1$ અને જો $\tan^{-1}(1-x)$, $\tan^{-1}x$ અને $\tan^{-1}(1+x)$ સમાંતર શ્રેણી માં હોય તો $x^3 + x^2 = $ ——

હવે $\tan^{-1}(1-x)$, $\tan^{-1}x$ અને $\tan^{-1}(1+x)$ એ સમાંતર શ્રેણીમાં છે.

$\tan^{-1}x - \tan^{-1}(1-x) = \tan^{-1}(1+x) - \tan^{-1}x$

$2\tan^{-1}x = \tan^{-1}(1+x) + \tan^{-1}(1-x)$

$\tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1+x+1-x}{1-(1+x)(1-x)}\right)$

$\tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2}{1-1+x^2}\right)$

$\frac{2x}{1-x^2} = \frac{2}{x^2}$

$x^3 = 1 - x^2$

$x^3 + x^2 = 1$

Smt V.P.G Girl's High School Dhari

SIRONLINE.IN

12 નિશ્ચાયક $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 3 & 7 & -5 \\ -1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$ માં -1 નો સહઅવયવ ___ છે.

-1 નો સહઅવયવ $= (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 7 & -5 \end{vmatrix}$

$= (-1)^4 (-10-49)$

$= (1)(-59)$

$= \underline{-59}$

13 $(5, a), (-2, 5)$ અને $(-2, 3)$ શિરોબિંદુવાળા ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ 7 હોય તો a ની કિંમત ___

$\therefore \frac{1}{2} \left\| \begin{matrix} 5 & a & 1 \\ -2 & 5 & 1 \\ -2 & 3 & 1 \end{matrix} \right\| = 7$

$|5(5-3) - a(-2+2) + 1(-6+10)| = 14$

$|10 - 0 + 4| = 14$

$14 = 14$

$\therefore$ જે નિત્ય સત્ય વિધાન છે.

$\therefore$ a ની કોઈપણ કિંમત માટે ક્ષેત્રફળ 7 થશે

Ans → કોઈપણ વાસ્તવિક સંખ્યા છે.

www.sironline.in

14 $\begin{vmatrix} \sin 35^\circ & \cos 35^\circ \\ -\sin 55 & \cos 55^\circ \end{vmatrix} =$ ___

$= \sin 35 \cos 55 + \cos 35 \sin 55$

$= \sin(35+55)$

$= \sin 90$

$= \underline{1}$

15 3×3 શ્રેણિક A માટે $|3A| =$ ___ $|A|$

અહીં 3×3 શ્રેણિક A માટે $|3A| = 27|A|$

કારણ કે શ્રેણિકને કોઈ સંખ્યા વડે ગુણીએ તો તેના દરેક ઘટકને તે સંખ્યા વડે ગુણવા પડે

$\therefore$ કિંમત તે સંખ્યાના ઘાત જેટલી થશે

16 3×4 શ્રેણિક A માટે $A^T \cdot B$ અને $B \cdot A^T$ વ્યાખ્યાયિત હોય તો B ____ શ્રેણિક છે.

A એ 3×4 શ્રેણિક છે.

$\therefore$ A^T એ 4×3 થાય

હવે $A^T B$ વ્યાખ્યાયિત હોવાથી B એ $3 \times m$ હોય

વળી $B \cdot A^T$ વ્યાખ્યાયિત હોવાથી B એ $n \times 4$ હોય

આમ B માં 3 હાર અને 4 સ્તંભ હોય

એટલે કે B એ 3×4 હોય

17 જો શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 3 & 2 & -4 \\ -6 & 3 & 8 \end{bmatrix}$ હોય તો $A + A^T$ એ ____ છે.

→

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 3 & 2 & -4 \\ -6 & 3 & 8 \end{bmatrix}, \quad A^T = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -6 \\ -1 & 2 & 3 \\ 5 & -4 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\therefore A + A^T = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

એ સંમિત શ્રેણિક છે.

18 $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$ અને $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ શ્રેણિકો માટે $AB =$ ____

→

$$AB = \begin{bmatrix} 2+9 & -4+12 \\ -4+15 & 8+20 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 11 & 8 \\ 11 & 28 \end{bmatrix}$$

19 જો $\begin{bmatrix} x+y & xy \\ -8 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 8 \\ -8 & 3 \end{bmatrix}$ તો $x =$ ____

$\therefore$ $x + y = 6$ અને $xy = 8$

$\therefore$ $y = 8/x$

$\therefore$ $x + \frac{8}{x} = 6$

$\therefore$ $x^2 + 8 = 6x$

$\therefore$ $x^2 - 6x + 8 = 0$

$\therefore$ $(x-4)(x-2) = 0$

$\therefore$ $x = 4$ અથવા $x = 2$

Smt V.P.G.Girl's High School Dhari

SIRONLINE.IN

20 જો શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \end{bmatrix}$ માટે $\begin{bmatrix} 1 & -\frac{3}{2} & 2 \\ 0 & \alpha & -2 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & \frac{-3}{2} \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} A$ હોય તો $\alpha =$ ____

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \end{bmatrix}$$

હવે $\begin{bmatrix} 1 & -\frac{3}{2} & 2 \\ 0 & \alpha & -2 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} A$

$$\begin{bmatrix} 1 & -\frac{3}{2} & 2 \\ 0 & \alpha & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \end{bmatrix}$$

α એ નિશ્ચાયક ની બીજી હાર નો ઘટક છે.
∴ જમણી બાજુના પ્રથમ નિશ્ચાયક ની બીજી હાર અને બીજા નિશ્ચાયક ના બીજા સ્તંભ ના ગુણાકારથી મળે

$$\alpha = 0 - 3 + \frac{9}{2}$$

$$\alpha = \frac{3}{2}$$

21 $e^x + e^y = e^{x+y}$ તો $\frac{dy}{dx} =$ ____

$$\therefore e^x + e^y \cdot \frac{dy}{dx} = e^{x+y}\left(1 + \frac{dy}{dx}\right)$$

$$\therefore e^{x+y} - e^y + e^y \cdot \frac{dy}{dx} = e^{x+y} + e^{x+y} \cdot \frac{dy}{dx}$$

$$\therefore e^y \frac{dy}{dx} - e^{x+y} \frac{dy}{dx} = e^y$$

$$\therefore \frac{dy}{dx}\left(e^y - e^{x+y}\right) = e^y$$

$$\therefore \frac{dy}{dx}\left(e^y - e^x - e^y\right) = e^y$$

$$\therefore \frac{dy}{dx}\left(-e^x\right) = e^y$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{e^y}{e^x}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = e^{y-x}$$

SIONLINE.IN

૨૨ જો વિધેય $f(x) = \begin{cases} 2x^2+k \; ; & x<0 \\ x^2-2k \; ; & x\geq 0 \end{cases}$ એ $x=0$ આગળ સતત હોય તો

$K =$ ______

$f(x) = \begin{cases} 2x^2+k & x<0 \\ x^2-2k & x\geq 0 \end{cases}$ એ $x=0$ આગળ સતત છે.

$$\therefore \lim_{x\to 0^-} f(x) = f(0)$$

$$\therefore \lim_{x\to 0^-} (2x^2+k) = 0^2-2k$$

$$\therefore 0+k = -2k$$

$$3k = 0$$

$$\therefore k = 0$$

૨3 $\frac{d}{dx}\left[\sqrt{\sin x^3}\right] =$ ______

$$\frac{d}{dx}\left(\sqrt{\sin x^3}\right) = \frac{1}{2\sqrt{\sin x^3}} \cos x^3 \cdot 3x^2$$

$$= \frac{3}{2}\,\frac{x^2\cos x^3}{\sqrt{\sin x^3}}$$

૨4 $f(x) = x\cdot(x-3)^2,\; x\in[0,3]$ ને રોલનું પ્રમેય લગાડતાં રોલના પ્રમેયની શરત મુજબ $c =$ ______

રોલના પ્રમેય અનુસાર $f'(c)=0$ થાય

હવે $f'(x) = x\,2(x-3)+(x-3)^2$

$$= 2x^2-6x+x^2-6x+9$$

$$= 3x^2-12x+9$$

$$f'(c) = 3c^2-12c+9$$

હવે $f'(c)=0$

$$\therefore 3c^2-12c+9=0$$

$$c^2-4c+3=0$$

$$(c-3)(c-1)=0$$

$\therefore c=3$ અથવા $c=1$

પણ $c=3 \notin (0,3)$

$c=1$ જવાબ

Smt V.P.G.Girl's High School
Dhari

SIRONLINE.IN

25 $\int f(x)\cdot dx = \frac{(\log x)^5}{5} + c$ तो $f(x) =$ ____

$$\therefore f(x) = \frac{d}{dx}\left[\frac{(\log x)^5}{5} + c\right]$$

$$= \frac{5(\log x)^4}{5}\cdot\frac{1}{x} + c$$

$$= \frac{(\log x)^4}{x}$$

26 $\int \frac{1}{4x^2+9}\cdot dx =$ ____ $+c$

$$= \frac{1}{4}\int \frac{1}{x^2+\frac{9}{4}}\,dx$$

$$= \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3/2}\tan^{-1}\left(\frac{x}{3/2}\right)+c$$

$$= \frac{1}{6}\tan^{-1}\left(\frac{2x}{3}\right)+c$$

27 $\int \frac{e^{5\log x} - e^{4\log x}}{e^{3\log x} - e^{2\log x}}\cdot dx =$ ____ $+c$

$$= \int \frac{e^{\log x^5} - e^{\log x^4}}{e^{\log x^3} - e^{\log x^2}}\,dx$$

$$= \int \frac{x^5 - x^4}{x^3 - x^2}\,dx$$

$$= \int \frac{x^4(x-1)}{x^2(x-1)}\,dx$$

$$= \int x^2\,dx$$

$$= \frac{x^3}{3} + c$$

28 $\int \frac{1}{\sqrt{5-3x}}\,dx =$ ____ $+c$

$$= \int (5-3x)^{1/2}\,dx$$

$$= \frac{(5-3x)^{1/2}}{\frac{1}{2}(-3)} + c$$

$$= -\frac{2\sqrt{5-3x}}{3} + c$$

www.sironline.in

SIRONLINE.IN

29 જો $f(x) = 8x^3 - 2x$, $f(2) = 8$ તો $f(x) =$ ______

$$f(x) = \int f'(x)\,dx$$
$$= \int (8x^3 - 2x)\,dx$$
$$= \frac{8x^4}{4} - \frac{2x^2}{2} + c$$
$$f(x) = 2x^4 - x^2 + c$$
$$f(2) = 2(2)^4 - (2)^2 + c$$
$$8 = 32 - 4 + c$$
$$12 - 32 = c$$
$$c = -20$$
$$\therefore f(x) = \underline{2x^4 - x^2 - 20}$$

30 $\int \sin^4 x \cdot \cos^3 x \cdot dx =$ ______ $+ c$

$$= \int \sin^4 x \cdot \cos^2 x \cos x\,dx$$
$$= \int \sin^4 x\,(1 - \sin^2 x)\cos x\,dx$$
$$= \int \sin^4 x \cos x\,dx - \int \sin^6 x \cos x\,dx$$
$$= \underline{\frac{\sin^5 x}{5} - \frac{\sin^7 x}{7} + c}$$

31 જો $P(A) = 0.35$, $P(B) = 0.45$ તથા $P(A \cup B) = 0.65$ તો $P(B/A) =$ ______

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A) + P(B) - P(A \cup B)}{P(A)}$$
$$= \frac{0.35 + 0.45 - 0.65}{0.35}$$
$$= \frac{0.15}{0.35}$$
$$= \frac{15}{35}$$
$$= \underline{\frac{3}{7}}$$

32 જો A અને B નિરપેક્ષ ઘટનાઓ હોય તો $P(A/B) =$ ______

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(B)}$$ [∵ A અને B નિરપેક્ષ છે]

$$= P(A)$$

Smt V.P.G.Girl's High School
Dhari

SIRONLINE.IN

33 A અને B નિરપેક્ષ ઘટનાઓ છે. જો $P(A \cup B) = 0.5$ અને $P(A) = 0.2$ તો $P(B) =$ ____

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \cdot (1 - P(A))$

$0.5 = 0.2 + P(B)(1 - 0.2)$

$0.5 - 0.2 = P(B)(0.8)$

$P(B) = \frac{0.3}{0.8}$

$P(B) = \frac{3}{8}$

---

34 દ્વિપદી વિતરણનું સંભાવના વિધેય આપેલું છે.

$P(x) = \binom{6}{x} \cdot p^x \cdot q^{6-x}, \quad x = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$

જો $3 \cdot P(2) = 2 \cdot P(3)$ તો $p =$ ____

$\therefore 3\binom{6}{2} p^2 q^4 = 2\binom{6}{3} p^3 q^3$

$\therefore \frac{3 \times 6 \times 5}{2 \times 1} \cdot q = \frac{2 \times 6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} \cdot p$

$\frac{q}{3} = \frac{p}{q}$

$\frac{p}{1-p} = \frac{q}{8}$

$\frac{p}{1-p+p} = \frac{q}{8+q}$

$p = \frac{q}{17}$

---

35 એક દ્વિપદી વિતરણ ના સરેરાશ અને વિચરણ અનુક્રમે 3 અને 2 છે તો દ્વિપદી વિતરણ ના પ્રથમ ના ત્રણ કિંમત = ____

દ્વિપદી વિતરણ માટે સરેરાશ = np અને વિચરણ = npq

$\therefore np = 3$ અને $npq = 2$

$\frac{npq}{np} = \frac{2}{3}$

$q = \frac{2}{3}$

$1 - p = \frac{2}{3}$

$p = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

$np = 3$

$n \cdot \frac{1}{3} = 3$

$n = 9$

---

www.sironline.in

SIRONLINE.IN

36 એક યાદચ્છિક ચલ X નું સંભાવના વિતરણ નીચે મુજબ છે.

$X = x$	-2	-1	0	1	2
$P(x)$	0.2	0.1	0.3	0.3	0.1

તો $E(3X+2) =$ ______

હવે $E(x) = \sum_{i=-2}^{2} x_i P(x_i) = (-2)(0.2) + (-1)(0.1) + (0)(0.3) + (1)(0.3) + 2(0.1)$

$= -0.4 - 0.1 + 0 + 0.3 + 0.2$

$E(x) = 0$

હવે $E(3X+2) = 3E(x) + 2$

$= 3(0) + 2$

$= 2$

37 કુરેશ નિશાન તાકવાની હરીફાઈ માં ભાગ લે છે. તેની નિશાન તાકવાની સંભાવના 0.2 છે. 5 વખત નિશાન તાકવાના પ્રયોગ માં તે બરાબર 3 વખત નિશાન તાકી શકશે તેની સંભાવના = ___

નિશાન તાકવાની હરીફાઈ માં નિશાન તાકવાની સંભાવના 0.2 છે.

અહીં $p = 0.2$, $n = 5$

$q = 0.8$, $x = 3$

$\therefore P(3) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$

$= \binom{5}{3} (0.2)^3 (0.8)^{5-3}$

$= \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} (0.008)(0.64)$

$= 0.0512$

38 એક પેટીમાં 10 કાળા અને 5 સફેદ દડા છે. એક પછી એક પેટીમાંથી બે દડા પૂરવણી સિવાય પસંદ કરવામાં આવે છે. પસંદ થયેલા બંને દડા કાળા હોય તેની સંભાવના = ___

A = પસંદ થયેલો પ્રથમ દડો કાળો હોય તે ઘટના

B = પસંદ થયેલો બીજો દડો કાળો હોય તે ઘટના

$P(A) = \frac{10}{15}$

$P(B/A) = \left(\frac{9}{14}\right)$

હવે બંને દડા કાળા હોય તે ઘટના $P(A \cap B)$ કહેવાય

$\therefore P(A \cap B) = P(A)P(B/A) = \frac{10}{15} \times \frac{9}{14} = \frac{3}{7}$

Smt V.P.G.Girl's High School Dhari

SIRONLINE.IN

39 સુરેખ આયોજનના પ્રશ્નનો શક્ય ઉકેલ
દરેક બધી મર્યાદાઓનું સમાધાન કરે છે

40 કોઈક મર્યાદાઓની અસમતા સંહતિથી રચાતા શક્ય ઉકેલોના પ્રદેશના શિરોબિંદુઓ $(0,10)$, $(5,5)$, $(15,15)$, $(0,20)$ છે. ધારો કે $Z = px + 3y$ જ્યાં $p > 0$ જો Z ની મહત્તમ કિંમત શિરોબિંદુ $(15,15)$ અને $(0,20)$ બંને આગળ મળે તો p = ____

હવે Z ની મહત્તમ કિંમત $(15,15)$ અને $(0,20)$ આગળ મળે છે.
એટલે Z ની $(15,15)$ અને $(0,20)$ આગળની કિંમતો સમાન હોય

$$p(15)+3(15) = p(0)+3(20)$$
$$15p+45 = 60$$
$$15p = 15$$
$$p = 1$$

⟹ પ્રશ્નો 41 થી 55 એ 2 ગુણના રહેશે

41 સીમિત શક્ય ઉકેલના પ્રદેશના શિરોબિંદુઓ $(3,3)$, $(20,3)$, $(20,10)$, $(18,12)$ અને $(12,12)$ છે. હેતુલક્ષી વિધેય $Z = 2x+3y$ ની ન્યૂનતમ કિંમત શિરોબિંદુ ____ આગળ મળે

$(18,12)$ આગળ $Z = 72$
$(12,12)$ આગળ $Z = 60$
$(3,3)$ આગળ $Z = 15$
$(20,10)$ આગળ $Z = 70$

42 સીમિત શક્ય ઉકેલના પ્રદેશનાં શિરોબિંદુઓ $(0,0)$, $(16,0)$, $(8,12)$, $(0,20)$ છે. હેતુલક્ષી વિધેય $Z = 22x+18y$ નું મહત્તમ મૂલ્ય m તથા ન્યૂનતમ મૂલ્ય n હોય તો $m+n$ = ____

$(0,0)$ પાસે Z ની કિંમત $= 0$
$(16,0)$ પાસે Z ની કિંમત $= 22(16)+18(0) = 352$
$(8,12)$ પાસે Z ની કિંમત $= 22(8)+18(12) = 176+216 = 392$
$(0,20)$ પાસે Z ની કિંમત $= 22(0)+18(20) = 0+360 = 360$
આમ મહત્તમ કિંમત $m = 392$ અને ન્યૂનતમ કિંમત $n = 0$

$$\therefore m+n = 392+0$$
$$m+n = 392$$

www.sironline.in

43 જો Q^+ પર $a*b = \frac{ab}{3}$, તો $3*\left(\frac{1}{5}*\frac{1}{2}\right) =$ ______

$$\frac{1}{5}*\frac{1}{2} = \frac{\frac{1}{5}*\frac{1}{2}}{3} = \frac{1}{30}$$

$$\therefore \quad 3*\left(\frac{1}{5}*\frac{1}{2}\right) = 3*\frac{1}{30} = \frac{3*\frac{1}{30}}{3} = \frac{1}{30}$$

44 $f : R \to R$, $f(x) = x - [x]$ એ ______

એક-એક પણ નથી અને વ્યાપ્ત પણ નથી

કારણ કે $f(3) = 3 - [3] = 3 - 3 = 0$

$f(4) = 4 - [4] = 4 - 4 = 0$

$\therefore f(3) = f(4)$

$\therefore$ એક-એક નથી

$x - [x]$ નો વ્યાપ $[0, 1)$ માં આવશે

$\therefore$ R પર વ્યાપ્ત ન થાય

45 $f : Q \to R$, $f(x) = \frac{2x-1}{2}$, $g : Q \to R$, $g(x) = x + 2$ આપેલાં

વિધેય હોય તો $gof(3/2) =$ ______

$$(gof)(3/2) = g(f(3/2))$$
$$= g\left(\frac{2(3/2)-1}{2}\right)$$
$$= g(1)$$
$$= 1 + 2$$
$$= 3$$

46 $\sec\left[\tan^{-1}\left(\frac{b+a}{b-a}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{a}{b}\right)\right] =$ ______

$$= \sec\left[\tan^{-1}\left(\frac{\frac{b+a}{b-a} - \frac{a}{b}}{1 + \left(\frac{a+b}{b-a}\right)\frac{a}{b}}\right)\right]$$

$$= \sec\left[\tan^{-1}\left(\frac{b^2 + ab - ab + a^2}{b^2 - ab + a^2 + ab}\right)\right]$$

$$= \sec\left(\tan^{-1}\left(\frac{a^2+b^2}{a^2+b^2}\right)\right]$$

$$= \sec(\tan^{-1}(1))$$

$$= \sec\frac{\pi}{4} \Rightarrow \sqrt{2}$$

Smt V.P G.Girl's High School Dhari

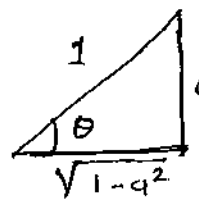
47 $\operatorname{cosec}\left[\tan^{-1}\left(\cos\left(\cot^{-1}\left(\sec\left(\sin^{-1}a\right)\right)\right)\right)\right] =$ ______ જ્યાં $0<a<1$

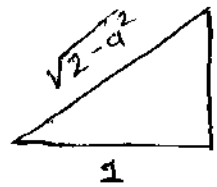
$= \operatorname{cosec}\left[\tan^{-1}\left(\cos\left(\cot^{-1}\left(\sec\left(\sec^{-1}\frac{1}{\sqrt{1-a^2}}\right)\right)\right)\right)\right]$

$= \operatorname{cosec}\left[\tan^{-1}\left(\cos\left(\cot^{-1}\frac{1}{\sqrt{1-a^2}}\right)\right)\right]$

$= \operatorname{cosec}\left[\tan^{-1}\left(\cos\left(\cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{2-a^2}}\right)\right)\right]$

$= \operatorname{cosec}\left[\tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{2-a^2}}\right]$

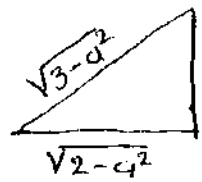




$= \operatorname{cosec}\left[\operatorname{cosec}^{-1}\left(\sqrt{3-a^2}\right)\right]$

$= \sqrt{3-a^2}$

(∵ $\sin^{-1}$ પરથી $\sec^{-1}$ ના ફોર્મ માટે)



(∵ $\cot^{-1}$ પરથી $\cos^{-1}$ ના ફોર્મ માટે)

($\tan^{-1}$ પરથી $\operatorname{cosec}^{-1}$ ના ફોર્મ માટે)

48 $\begin{vmatrix} 5^2 & 5^3 & 5^4 \\ 5^1 & 5^2 & 5^3 \\ 5^3 & 5^4 & 5^5 \end{vmatrix} =$ ______

$= (5)(5^2)(5^3)\begin{vmatrix} 5 & 5 & 5 \\ 1 & 1 & 1 \\ 5^2 & 5^2 & 5^2 \end{vmatrix}$ $\left[\because C_1\left(\frac{1}{5}\right), C_2\left(\frac{1}{5^2}\right), C_3\left(\frac{1}{5^3}\right)\right]$

$= 5^6 \ (0) = 0$ $[\because C_1 = C_2 = C_3]$

49 $\begin{vmatrix} x-2 & 2x-3 & 3x-4 \\ x-4 & 2x-9 & 3x-16 \\ x-8 & 2x-27 & 3x-64 \end{vmatrix} = 0$ ના ઉકેલગણ = ______

$= \begin{vmatrix} x-2 & 2x-3 & 3x-4 \\ -2 & -6 & -12 \\ -6 & -24 & -60 \end{vmatrix} = 0$ $(\because R_{12}(-1), R_{13}(-1))$

$= \begin{vmatrix} x-2 & 2x-3 & 3x-4 \\ 1 & 3 & 6 \\ 1 & 4 & 10 \end{vmatrix} = 0$ $\left(R_2\left(-\frac{1}{2}\right), R_3\left(-\frac{1}{6}\right)\right)$

$= \begin{vmatrix} x-2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 7 \end{vmatrix} = 0$ $(C_{12}(-2); C_{13}(-3))$

$\therefore (x-2)(7-6) - 1(7-3) + 2(2-1) = 0$

$\therefore x - 2 - 4 + 2 = 0$

$\therefore x = 4$

SIRONLINE.IN

50. $\cos(2\sin^{-1}x) = \frac{1}{9}$ તો $x =$ ____

ધારો કે $\sin^{-1}x = \theta$

$\therefore x = \sin\theta$

$\therefore \cos 2\theta = \frac{1}{9}$ વધુ

$\therefore 1 - 2\sin^2\theta = \frac{1}{9}$

$\therefore 1 - 2x^2 = \frac{1}{9}$ ($\because \sin\theta = x$)

$\therefore 2x^2 = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$

$x^2 = \frac{4}{9}$

$\therefore x = \frac{2}{3}$

Smt V.P.G.Girl's High School
Dhari

SIRONLINE.IN

51 જો $A = \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix}$ અથવા $A^2 = \begin{bmatrix} x & y \\ y & x \end{bmatrix}$ તો $x =$ ____ , $y =$ ____

$$A^2 = A \cdot A = \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a^2+b^2 & 2ab \\ 2ab & a^2+b^2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} x & y \\ y & x \end{bmatrix}$$

$$\therefore \quad x = a^2+b^2 ; \; y = 2ab$$

52 $\frac{d}{dx}\left[\tan^{-1}\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}\right] =$ ____ $\pi < x < 2\pi$

$$= \frac{d}{dx}\left[\tan^{-1}\sqrt{\frac{2\sin^2\frac{x}{2}}{2\cos^2\frac{x}{2}}}\right]$$

$$= \frac{d}{dx}\tan^{-1}\left|\tan\frac{x}{2}\right|$$

$$= \frac{d}{dx}\tan^{-1}\left(-\tan\frac{x}{2}\right) \qquad \left(\because \frac{\pi}{2} < \frac{x}{2} < \pi\right)$$

$$= -\frac{d}{dx}\tan^{-1}\left(-\tan\left(\pi-\frac{x}{2}\right)\right)$$

$$= \frac{d}{dx}\tan^{-1}\left(\tan\left(\pi-\frac{x}{2}\right)\right) \qquad \left(\because -\frac{\pi}{2} < \pi-\frac{x}{2} < 0\right)$$

$$= \frac{d}{dx}\left(\pi-\frac{x}{2}\right)$$

$$= 0 - \frac{1}{2}$$

$$= -\frac{1}{2}$$

www.sironline.in

SIRONLINE.IN

53 જો $f(x) = \log_7(\log_3 x)$ તો $f'(x) = ____$

$$f(x) = \log_7(\log_3 x)$$

$$= \log_7\left(\frac{\log_e x}{\log_e 3}\right)$$

$$\therefore f(x) = \frac{\log_e\left(\frac{\log_e x}{\log_e 3}\right)}{\log_e 7}$$

$$\therefore f'(x) = \frac{1}{\log_e 7} \cdot \frac{\log_e 3}{\log_e x} \cdot \frac{1}{\log_e 3} \cdot \frac{1}{x}$$

$$= \frac{1}{x \log_e x \log_e 7}$$

$$= \frac{1}{x \log x \log 7}$$

54 $\int \frac{2x}{\sqrt{1-x^2-x^4}} \cdot dx = \sin^{-1}\left(\frac{2x^2+1}{K}\right) + c$ તો $K = ____$

$$I = \int \frac{2x}{\sqrt{1-x^2-x^4}} dx$$

$x^2 = t$ લેતા
$2x\,dx = dt$

$$= \int \frac{dt}{\sqrt{1-t-t^2}}$$

$$= \int \frac{dt}{\sqrt{5/4 - 1/4 - t - t^2}}$$

$$= \int \frac{dt}{\sqrt{\frac{5}{4} - \left(t^2 + t + \frac{1}{4}\right)}}$$

$$= \int \frac{dt}{\sqrt{\frac{5}{4} - \left(t + \frac{1}{2}\right)^2}}$$

$$= \sin^{-1}\left(\frac{t + \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{5}}{2}}\right) + c$$

$$= \sin^{-1}\left(\frac{2t+1}{\sqrt{5}}\right) + c$$

$$= \sin^{-1}\left(\frac{2x^2+1}{\sqrt{5}}\right) + c$$

આથી $K = \sqrt{5}$

Smt V.P.G. Girl's High School Dhari

55 એક દ્વિપદી આદચ્છિક ચલ X ના મધ્યક અને પ્રમાણિત વિચલન અનુક્રમે 8 અને 2 હોય તો $P(1 \le x \le 3) = $ ___

અહીં $np = 8$, $npq = (2)^2 = 4$

$\therefore q = \frac{npq}{np} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

$\therefore p = 1 - q = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

હવે $np = 8$

$\therefore n \cdot \frac{1}{2} = 8$

$\therefore n = 16$

હવે $P(1 \le x \le 3) = P(1) + P(2) + P(3)$

$= \binom{n}{1} p^1 q^{n-1} + \binom{n}{2} p^2 q^{n-2} + \binom{n}{3} p^3 q^{n-3}$

$= \binom{16}{1}\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^{16-1} + \binom{16}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^{16-2} + \binom{16}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^{16-3}$

$= 16\left(\frac{1}{2}\right)^{16} + \frac{16 \times 15}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{16} + \frac{16 \times 15 \times 14}{3 \times 2 \times 1}\left(\frac{1}{2}\right)^{16}$

$= \left(\frac{1}{2}\right)^{16}(16 + 120 + 560)$

$= \frac{696}{2^{16}}$

www.sironline.in

SIRONLINE.IN

પ્રશ્નો: 56 થી 61 ને 3 ગુણ લેખે

56 $f : R - \left\{\frac{-3}{2}\right\} \to R - \left\{\frac{3}{2}\right\}, \; f(x) = \frac{3x+2}{2x+3}$ વિધેય હોય તો

$f^{-1}(x) =$ ______

ઉકેલ $f(x) = y$ લેતા

$$\frac{3x+2}{2x+3} = y$$

$$3x + 2 = 2xy + 3y$$

$$3x - 2xy = 3y - 2$$

$$x(3-2y) = 3y - 2$$

$$x = \frac{3y-2}{3-2y}$$

અથવા $f^{-1}(x) = \frac{3x-2}{3-2x} = -\left(\frac{3x-2}{2x-3}\right)$

57 જો $\begin{vmatrix} a & b & ax+by \\ b & c & bx+cy \\ ax+by & bx+cy & 0 \end{vmatrix} = 0$ અને $ax^2 + 2bxy + cy^2 \neq 0$, તો ______

$$\begin{vmatrix} a & b & 0 \\ b & c & 0 \\ ax+by & bx+cy & -(ax^2+2bxy+cy^2) \end{vmatrix} = 0 \quad (\because C_{13}(-x), C_{23}(-y))$$

$$\begin{vmatrix} a & b & 0 \\ b & c & 0 \\ 0 & 0 & -(ax^2+2bxy+cy^2) \end{vmatrix} = 0 \quad R_{13}(-x);\; R_{23}(-y)$$

$\therefore a\left[-c(ax^2 + 2bxy + cy^2) - 0\right] - b\left[-b(ax^2 + 2bxy + cy^2) - 0\right] + 0 = 0$

$\therefore -ac(ax^2 + 2bxy + cy^2) + b^2(ax^2 + 2bxy + cy^2) = 0$

$\therefore -ac + b^2 = 0 \quad [\because ax^2 + 2bxy + cy^2 \neq 0$

$\therefore b^2 = ac$

$\therefore \frac{b}{a} = \frac{c}{b}$

$\therefore a, b, c$ સમગુણોત્તર શ્રેણીમાં છે.

Smt V.P. G.Girl's High School
Dhari

SIRONLINE.IN

58 જો $f(x) = (x-3)^2$ નો $[2,4]$ પર મધ્યકમાન પ્રમેય લગાડતાં _____ બિંદુ આગળનો સ્પર્શક $A(2,1)$ અને $B(4,1)$ ને જોડતી જીવાને સમાંતર છે.

દ્વારા $(c, f(c))$ આગળનો સ્પર્શક $\overleftrightarrow{AB}$ ને સમાંતર છે.

$$\therefore f'(c) = \frac{f(4)-f(2)}{4-2}$$

હવે $f'(x) = 2(x-3)$

$f'(c) = 2(c-3)$

$f(4) = 1$ અને $f(2) = 1$

$$\therefore f'(c) = \frac{1-1}{2}$$

$$= 0$$

$\therefore 2(c-3) = 0$

$\therefore f(c) = f(3) = (3-3)^2 = 0$

માંગ્યા મુજબ બિંદુ $(3,0)$ છે.

59 $\int \frac{\tan x}{4+9\tan^2 x} \cdot dx =$ _____ $+c$

$$I = \int \frac{\frac{\sin x}{\cos x}}{4+9\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} dx$$

$$= \int \frac{\sin x \cdot \cos x}{4\cos^2 x + 9\sin^2 x} dx$$

$4\cos^2 x + 9\sin^2 x = t$ લેતાં

$\therefore (-8\cos x \sin x + 18 \sin x \cdot \cos x)dx = dt$

$10 \sin x \cos x \, dx = dt$

$\sin x \cos x \, dx = \frac{1}{10} dt$

$$\therefore I = \frac{1}{10}\int \frac{1}{t} dt$$

$$= \frac{1}{10}\log|t| + c$$

$$= \frac{1}{10}\log|4\cos^2 x + 9\sin^2 x| + c$$

www.sironline.in

SIRONLINE.IN

60 $\int \frac{x^2}{x^2+7x+10}\cdot dx = x + P\cdot \log|x^2+7x+10| + Q\cdot \log\left|\frac{x+2}{x+5}\right| + c \; (x \neq -5, -2)$

તો $P + 3Q =$ ______

ઉકેલ

$$I = \int \frac{x^2}{x^2+7x+10}\cdot dx$$

$$= \int \frac{(x^2+7x+10) - (7x+10)}{x^2+7x+10}\cdot dx$$

$$= \int dx - \int \frac{7x+10}{x^2+7x+10}\cdot dx$$

$$= \int dx - \int \frac{\frac{7}{2}(2x+7) - \frac{49}{2} + 10}{x^2+7x+10}\, dx$$

$$= \int dx - \frac{7}{2}\int \frac{2x+7}{x^2+7x+10}\, dx + \frac{29}{2}\int \frac{1}{x^2+7x+10}\, dx$$

$$= \int dx - \frac{7}{2}\int \frac{2x+7}{x^2+7x+10}\, dx + \frac{29}{2}\int \frac{1}{(x^2+7x+\frac{49}{4}) - \frac{49}{4} + 10}\, dx$$

$$= \int dx - \frac{7}{2}\int \frac{2x+7}{x^2+7x+10}\, dx + \frac{29}{2}\int \frac{1}{(x+\frac{7}{2})^2 - \frac{9}{4}}\, dx$$

$$= \int x - \frac{7}{2}\log|x^2+7x+10| + \frac{29}{2}\,\frac{1}{2(\frac{3}{2})}\log\left|\frac{x+\frac{7}{2}-\frac{3}{2}}{x+\frac{7}{2}+\frac{3}{2}}\right| + c$$

$$= x - \frac{7}{2}\log|x^2+7x+10| + \frac{29}{6}\log\left|\frac{x+2}{x+5}\right| + c$$

આમ $P = -\frac{7}{2}$; $Q = \frac{29}{6}$

$$\therefore P + 3Q = -\frac{7}{2} + 3\left(\frac{29}{6}\right)$$

$$= -\frac{7}{2} + \frac{29}{2}$$

$$= \frac{-7+29}{2}$$

$$= \frac{22}{2}$$

$$= 11$$

જે એકપણ વિકલ્પ તરીકે નથી આમ દાખલામાં ભૂલ છે.

SIRONLINE.IN

ઉદા ઉદાહરણ: અહીં X નું સંભાવના વિતરણ નીચે મુજબ છે.

X = x	0	1	2	3
P(x)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$

તો $g(x) = 2x+3$ નું વિચરણ શોધો.

હવે $E(X) = \sum_{i=0}^{3} x_i P(x_i) = 0\left(\frac{1}{4}\right) + 1\left(\frac{1}{8}\right) + 2\left(\frac{1}{2}\right) + 3\left(\frac{1}{8}\right)$

$= 0 + \frac{1}{8} + 1 + \frac{3}{8}$

$= \frac{1+8+3}{8}$

$= \frac{12}{8}$

$= \frac{3}{2}$

હવે વિચરણ $V(X) = \sum_{i=0}^{3} x_i^2 P(x_i) - [E(X)]^2$

$= 0\left(\frac{1}{4}\right) + 1\left(\frac{1}{8}\right) + 4\left(\frac{1}{2}\right) + 9\left(\frac{1}{8}\right) - \left(\frac{3}{2}\right)^2$

$= 0 + \frac{1}{8} + 2 + \frac{9}{8} - \frac{9}{4}$

$= \frac{1+16+9-18}{8}$

$= \frac{8}{8}$

$= 1$

હવે $g(x) = 2x+3$ નું વિચરણ એટલે $V(2x+3)$

હવે $V(2x+3) = (2)^2 V(X) = 4(1) = 4$

www.sironline.in

SIRONLINE.IN

પ્રશ્નો : 62 થી 64 એ 4 ગુણના રહેશે.

62 જો $x = \sec\theta - \cos\theta$, $y = \sec^n\theta - \cos^n\theta$ તો ——

$$\frac{dy}{d\theta} = n\sec^{n-1}\theta \cdot \sec\theta\tan\theta + n\cos^{n-1}\theta\sin\theta$$

$$= n\sec^n\theta\tan\theta + n\cos^n\theta\tan\theta$$

$$= n\tan\theta(\sec^n\theta + \cos^n\theta)$$

$$= n\tan\theta\sqrt{(\sec^n\theta - \cos^n\theta)^2 + 4}$$

$$\frac{dy}{d\theta} = n\tan\theta\sqrt{y^2+4}$$

$$x = \sec\theta - \cos\theta$$

$$\frac{dx}{d\theta} = \sec\theta \cdot \tan\theta + \sin\theta$$

$$= \sec\theta\tan\theta + \cos\theta\tan\theta$$

$$= \tan\theta(\sec\theta + \cos\theta)$$

$$= \tan\theta\sqrt{(\sec\theta - \cos\theta)^2 + 4}$$

$$\frac{dx}{d\theta} = \tan\theta\sqrt{x^2+4}$$

હવે $$\frac{dy}{dx} = \frac{dy/d\theta}{dx/d\theta}$$

$$= \frac{n\tan\theta\sqrt{y^2+4}}{\tan\theta\sqrt{x^2+4}}$$

$$= n\sqrt{\frac{y^2+4}{x^2+4}}$$

$$\therefore n^2\left(\frac{y^2+4}{x^2+4}\right) = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2$$

$$\therefore (x^2+4)\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = n^2(y^2+4)$$

Smt V.P.C. Girl's High School
Dhari

SIRONLINE.IN

63 જો સીમિત શક્ય ઉકેલના પ્રદેશના શિરોબિંદુઓના યામ (0,0), (2,0), (4,2), (2,4) અને $\left(0, \frac{10}{3}\right)$ હોય તો હેતુલક્ષી વિધેય $Z = -x+2y$ માટે

Z ની મહત્તમ કિંમત, ન્યૂનતમ કિંમત ક્યા શિરોબિંદુ માટે મળે અને મહત્તમ તથા ન્યૂનતમ કિંમત શું હોય ?

* દાખલો વિકલ્પોના આધારે ગણવાથી ટૂંકો પડે.

(2,4) માટે Z ની કિંમત $= -2+8 = 6$

$\left(0,\frac{10}{3}\right)$ માટે Z ની કિંમત $= 0+2\left(\frac{10}{3}\right) = \frac{20}{3}$

આમ મહત્તમ કિંમત $\left(0,\frac{10}{3}\right)$ માટે મળે

(4,2) માટે $Z = -4+4 = 0$

(2,0) માટે $Z = -2+0 = -2$

∴ (2,0) માટે Z ની ન્યૂનતમ કીંમત મળે

વળી મહત્તમ કિંમત $\frac{20}{3}$ અને ન્યૂનતમ કિંમત -2 છે

∴ જવાબ $\left(0,\frac{10}{3}\right)$, (2,0), $\frac{20}{3}$, -2 થાય

64 $A = \begin{bmatrix}1&2&5\\3&1&1\\4&2&1\end{bmatrix}$ નો વ્યસ્ત શ્રેણિક $\frac{1}{11}\begin{bmatrix}-1&8&\alpha\\1&-19&14\\-2&6&-5\end{bmatrix}$ છે. તેથી ચકાસી જો વ્યસ્ત હોય તો α શોધવો

જો A સાથે $\begin{bmatrix}-1&8&\alpha\\2&-19&14\\-2&6&-5\end{bmatrix}$ ગુણવાથી $\begin{bmatrix}11&0&\cdots\\0&11&\cdots\\0&0&\cdots\end{bmatrix}$ શ્રેણિક મળે તો વ્યસ્ત થાય કારણકે $\frac{1}{11}$ સામાન્ય કાઢવાથી $\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$ સ્વરૂપ મેળવી શકાય

હવે $\begin{bmatrix}1&2&3\\3&1&1\\4&2&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1&8&\alpha\\1&-19&14\\2&6&-5\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}11&0&\alpha+3\\0&11&3\alpha+9\\0&0&4\alpha+23\end{bmatrix}$ થાય

$$= \frac{1}{11}\begin{bmatrix}1&0&\frac{\alpha+3}{11}\\0&1&\frac{3\alpha+9}{11}\\0&0&\frac{4\alpha+23}{11}\end{bmatrix}$$

હવે વ્યસ્ત થવા માટે $\frac{\alpha+3}{11} = 0$, $\frac{3\alpha+9}{11} = 0$ અને $\frac{4\alpha+23}{11} = 1$ થવું જોઈએ

∴ $\alpha = -3$ લેતા $\frac{\alpha+3}{11} = 0$, $\frac{3\alpha+9}{11} = 0$ અને $\frac{4\alpha+23}{11} = 1$ થાય આમ

જવાબ $\alpha = -3$ છે.

www.sironline.in