

1. $\int \sqrt{1 + \sin \frac{x}{4}} dx = \dots + c$

23/3/14

$$I = \int \sqrt{1 + \sin \frac{x}{4}} dx = \int \sqrt{\sin^2 \frac{x}{8} + 2 \sin \frac{x}{8} \cos \frac{x}{8} + \cos^2 \frac{x}{8}} dx$$

$$= \int \sqrt{(\sin \frac{x}{8} + \cos \frac{x}{8})^2} dx = \int (\sin \frac{x}{8} + \cos \frac{x}{8}) dx$$

$$= -\frac{\cos \frac{x}{8}}{\frac{1}{8}} + \frac{\sin \frac{x}{8}}{\frac{1}{8}} + c$$

$$= 8 (\sin \frac{x}{8} - \cos \frac{x}{8}) + c$$

(A) $8 \left(\sin \frac{x}{8} - \cos \frac{x}{8} \right)$

(B) $8 \left(\sin \frac{x}{8} + \cos \frac{x}{8} \right)$

(C) $\sin \frac{x}{8} + \cos \frac{x}{8}$

(D) $\frac{1}{8} \left(\sin \frac{x}{8} - \cos \frac{x}{8} \right)$

2. $\int \frac{x + \sin x}{1 + \cos x} dx = \dots + c$

$$= \int \frac{x + 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}{2 \cos^2 \frac{x}{2}} dx = \frac{1}{2} \int x \sec^2 \frac{x}{2} dx + \int \tan \frac{x}{2} dx$$

$$= \frac{1}{2} \left[x \tan \frac{x}{2} - \int 1 \frac{\tan \frac{x}{2}}{\frac{1}{2}} dx \right] + \int \tan \frac{x}{2} dx + c$$

$$= x \tan \frac{x}{2} - \int \tan \frac{x}{2} dx + \int \tan \frac{x}{2} dx + c$$

$$= x \tan \frac{x}{2} + c$$

(A) $\frac{x}{2} \tan x$

(B) $\frac{x}{2} \tan \frac{x}{2}$

(C) $x \tan x$

(D) $x \tan \frac{x}{2}$

3. $\int_0^{\pi/4} \tan^{100} x dx + \int_0^{\pi/4} \tan^{102} x dx = \dots$

$$= \int_0^{\pi/4} (\tan^{100} x + \tan^{102} x) dx$$

$$= \int_0^{\pi/4} \tan^{100} x (1 + \tan^2 x) dx$$

$$= \int_0^{\pi/4} \tan^{100} x \sec^2 x dx$$

$$= \left[\frac{\tan^{101} x}{101} \right]_0^{\pi/4} = \left[\frac{1}{101} - 0 \right] = \frac{1}{101}$$

(A) 101

(B) $\frac{1}{101}$

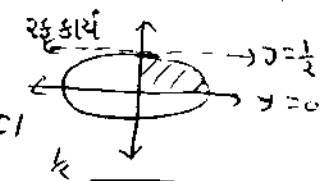
(C) $\frac{1}{102}$

(D) $\frac{1}{100}$

4. ઉપવલય $x^2 + 4y^2 = 1$ થી આવૃત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ..... છે.

- (A) 4π
 (C) π

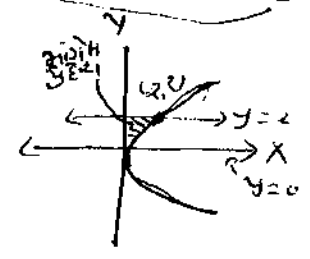
(B) $\frac{\pi}{2}$ યાદ રાખો $A = 4|I|$
 (D) 2π કારણ $I = \int \sqrt{1-4y^2} dy = \frac{1}{4} \int \sqrt{1-y^2} dy$



5. વક્ર $y^2 = 2x$, Y-અક્ષ અને રેખા $y = 2$ દ્વારા આવૃત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ..... છે.

- (A) 8
 (C) $\frac{4}{3}$

(B) $\frac{8}{3}$ યાદ રાખો $A = |I|$
 (D) $\frac{9}{2}$ કારણ $I = \int_0^2 \frac{y^2}{2} dy = \frac{1}{6} [y^3]_0^2 = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$



6. વિકલ સમીકરણ $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 = \sin y + 3x$ ની કક્ષા અને પરિમાણ અનુક્રમે..... છે.

- (A) વ્યાખ્યાયિત નથી, 2
 (B) 3, 2
 (C) 2, 3
 (D) 3, વ્યાખ્યાયિત નથી.

7. વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx} = y \tan x + e^x$ નો સંકલ્યકારક અવયવ.... છે.

- (A) $\cot x$
 (C) $\sec x$

(B) $\sin x$ યાદ રાખો $P(x) = -\tan x$
 (D) $\cos x$ કારણકે $I.F = e^{\int P(x) dx} = e^{\int (-\tan x) dx} = e^{-\log|\sec x|} = (\sec x)^{-1} = \cos x$

8. તૃતીય કક્ષાના વિકલ સમીકરણના વિશિષ્ટ ઉકેલમાં આવતાં, સ્વૈર અચળોની સંખ્યા..... છે.

- (A) 3
 (C) 1

(B) 0 વિશિષ્ટ ઉકેલમાં સ્વૈર અચળ હોય તો તે સમીકરણ માટે સ્વૈર અચળ માત્ર વ્યાપક ઉકેલમાં જોય

9. $\int_a^b \frac{\log x}{x} dx = \dots\dots\dots$ (जहाँ $a, b \in \mathbb{R}^+$)

(A) $2 \log\left(\frac{b}{a}\right) = \int_a^b (\log x) \frac{1}{x} dx$
 $= \left[\frac{(\log x)^2}{2} \right]_a^b$

(B) $\frac{1}{2} \log(ab) \log\left(\frac{b}{a}\right) = \frac{1}{2} \left[(\log b)^2 - (\log a)^2 \right]$

(C) $\frac{1}{2} \log ab$

(D) $\log\left(\frac{b}{a}\right)$

$= \frac{1}{2} (\log b - \log a) (\log b + \log a)$

$= \frac{1}{2} \log\left(\frac{b}{a}\right) \cdot \log(ab)$

$= \frac{1}{2} \log(ab) \cdot \log\left(\frac{b}{a}\right)$

10. $\int_0^1 x(1-x)^{11} dx = \dots\dots\dots$

$1-x = t$ (माना) $x = 1-t$ जहाँ $x \rightarrow 0$ जहाँ $t \rightarrow 1$

(A) $\frac{1}{12}$

(B) $\frac{1}{132}$

$x \rightarrow 1$ जहाँ $t \rightarrow 0$

(C) $\frac{1}{156}$

(D) $\frac{1}{121}$

$dx = -dt$

$dx = -dt$

$\therefore I = - \int_1^0 (1-t)t^{11} dt = \int_0^1 (t^{11} - t^{12}) dt = \left[\frac{t^{12}}{12} - \frac{t^{13}}{13} \right]_0^1 = \frac{1}{12} - \frac{1}{13} + 0 - 0$

$= \frac{13-12}{156}$

$= \frac{1}{156}$

11. $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos 2x}{(\sin x + \cos x)^2} dx = \dots\dots\dots$

(A) $-\pi/4$

(B) $\pi/4$

(C) $\pi/2$

(D) 0

$= \log 1 - \log 1 = 0 - 0 = 0$

12. $\int_0^5 \sqrt{25-x^2} dx = \dots\dots\dots = \left[\frac{x}{2} \sqrt{25-x^2} - \frac{25}{2} \sin^{-1} \frac{x}{5} \right]_0^5$

(A) $\frac{25}{4}$

(B) 25π

(C) $\frac{25\pi}{4}$

(D) $\pi/4$

$= 0 - \frac{25}{2} \sin^{-1} 1 + 0 + 0$

$= \frac{25}{2} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{25\pi}{4}$

13. $|\vec{x}|=|\vec{y}|=1$ અને $|\vec{x}, \wedge \vec{y}|=\theta$,

તો $|\vec{x}-\vec{y} \cos \theta| = \dots$

(A) $\sin \frac{\theta}{2}$

(C) $\cos \theta$

(B) $\sin \theta$

(D) $\sin^2 \theta$

$\Rightarrow \sin |\vec{x}-\vec{y} \cos \theta| = \sin \theta \Rightarrow |\vec{x}-\vec{y} \cos \theta| = \sin \theta$

$|\vec{x}-\vec{y} \cos \theta|^2 = (\vec{x}-\vec{y} \cos \theta) \cdot (\vec{x}-\vec{y} \cos \theta)$
 $= \vec{x} \cdot \vec{x} - 2\vec{x} \cdot \vec{y} \cos \theta + \vec{y} \cdot \vec{y} \cos^2 \theta$
 $= 1 - 2\cos^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta = \sin^2 \theta$
 $\Rightarrow |\vec{x}-\vec{y} \cos \theta| = \sin \theta$

રફ કાર્ય

14. $\vec{x}=(1, k, 3)$ અને $\vec{y}=(2, -1, 5)$ એ પરસ્પર લંબસદિશો હોય,

તો $k = \dots$

(A) 13

(C) 10

(B) 17

(D) 15

$\vec{x} \cdot \vec{y} = 0$

$\Rightarrow 2 - k + 15 = 0$

$\Rightarrow k = 17$

15. $|\vec{x}|=2, |\vec{y}|=3, |\vec{z}|=5$ તથા $\vec{x}+\vec{y}+\vec{z}=\vec{0}$, તો $|\vec{x}+\vec{y}+\vec{z}|^2 = |\vec{0}|^2 = 0$

તો $\vec{x} \cdot \vec{y} + \vec{y} \cdot \vec{z} + \vec{z} \cdot \vec{x} = \dots$

(A) 0

(C) -19

(B) 19

(D) -38

$|\vec{x}+\vec{y}+\vec{z}|^2 = |\vec{0}|^2 = 0$
 $|\vec{x}|^2 + |\vec{y}|^2 + |\vec{z}|^2 + 2(\vec{x} \cdot \vec{y} + \vec{y} \cdot \vec{z} + \vec{z} \cdot \vec{x}) = 0$
 $4 + 9 + 25 + 2(\vec{x} \cdot \vec{y} + \vec{y} \cdot \vec{z} + \vec{z} \cdot \vec{x}) = 0$
 $2(\vec{x} \cdot \vec{y} + \vec{y} \cdot \vec{z} + \vec{z} \cdot \vec{x}) = -38$

16. α, β, γ એ સદિશ \vec{x} ના દિક્ષુણાઓ હોય,

તો $\cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\gamma = \dots$

(A) 0

(C) 2

(B) 1

(D) -1

અહીં $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$ થાય
 $\therefore \frac{1+\cos 2\alpha}{2} + \frac{1+\cos 2\beta}{2} + \frac{1+\cos 2\gamma}{2} = 1$
 $3 + \cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\gamma = 2$
 $\cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\gamma = -1$

17. $(3, 4)$ ને લંબ એકમ સદિશ \dots છે.

(A) $(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$

(C) $(\frac{4}{5}, \frac{3}{5})$

(B) $(\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$

(D) $(-\frac{4}{5}, \frac{3}{5})$

અહીં નવામ વિડલ્પોના સદિશોના મૂલ્યો 1 માટે છે માટે તે સદિશ સદિશો છે. અહીં (D) વિડલ્પુર $(3, 4)$ ને લંબ છે માટે (D) વિડલ્પુર જવાબ છે.

18. $|(\cos \theta \sin \alpha, \cos \alpha, -\sin \theta \sin \alpha)| = \dots$

(A) 2

(C) 0

(B) 1

(D) -1

$= \sqrt{\cos^2 \theta \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \sin^2 \theta \sin^2 \alpha}$
 $= \sqrt{\sin^2 \alpha (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) + \cos^2 \alpha}$
 $= \sqrt{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}$
 $= \sqrt{1}$
 $= 1$

19. $\int \frac{e^{5 \log x} - e^{3 \log x}}{e^{4 \log x} - e^{2 \log x}} dx = \dots + c$

(A) $\frac{x^2}{2}$

(B) $e^2 \log x$

(C) $e^3 \log x$

(D) $\frac{x^3}{3}$

$$= \int \frac{e^{5 \log x} - e^{3 \log x}}{e^{4 \log x} - e^{2 \log x}} = \int \frac{x^5 - x^3}{x^4 - x^2}$$

$$= \int \frac{x^3(x^2 - 1)}{x^2(x^2 - 1)} dx$$

$$= \int x dx$$

$$= \frac{x^2}{2} + c$$

20. $\int e^x \left\{ \frac{1 + (1+x^2)\tan^{-1} x}{1+x^2} \right\} dx = \dots + c$

(A) $\frac{e^x}{1+x^2} = \int e^x \left(\frac{1}{1+x^2} + \tan^{-1} x \right) dx$

(B) $x \tan^{-1} x = \int e^x \left[\tan^{-1} x + \frac{1}{1+x^2} \right] dx$

(C) $\frac{x}{1+x^2} = e^x \tan^{-1} x + c$

(D) $e^x \tan^{-1} x$

21. $\int e^{7x + \log x} dx = \dots + c$

(A) $e^{7x} = \int e^{7x} e^{\log x} dx$

(B) $e^{7x} (7x-1) = \int x e^{7x} dx$

(C) $\frac{e^{7x}}{49} (7x-1) = \frac{x e^{7x}}{7} + \int (1) \frac{e^{7x}}{7} dx$

(D) $\frac{e^x}{49} (7x-1) = \frac{x e^{7x}}{7} + \frac{e^{7x}}{49} + c$

$$= \frac{e^{7x}}{49} (7x-1) + c$$

22. વક્રના કોઈ બિંદુ (x, y) આગળના સ્પર્શકનો ઢાળ અને તે બિંદુના y -યામનો ગુણાકાર એ બિંદુના x -યામ જેટલો હોય, તો તે વક્ર દર્શાવે છે. અહીં $\frac{dy}{dx} \cdot y = x$

- (A) લંબાતિવલય
- (B) વર્તુળ
- (C) પરવલય
- (D) ઉપવલય

$$y \, dy = x \, dx$$

$$= \frac{y^2}{2} = \frac{x^2}{2} + \frac{c}{2}$$

$$y^2 = x^2 + c$$

$y^2 - x^2 = c$ જે સમીકરણ છે.

(પરિભાગીકરણ)
 (પરિભાગીકરણની વ્યાખ્યા,
 કોઈ સમીકરણની દ્વારા
 પૂર્ણ છે.)

23. અતિવલય $x^2 - y^2 = 8$ પરના બિંદુ $(3, 1)$ આગળના અવાભિલંબની લંબાઈ છે. આવાભિલંબની લંબાઈ = $\left| y_0 \left(\frac{dy}{dx} \right)_{(x_0, y_0)} \right|$

- (A) $\frac{1}{8}$
- (C) $\frac{1}{3}$

- (B) 3
- (D) 8

અહીં $2x - 2y \frac{dy}{dx} = 0$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$$

અહીં $\left(\frac{dy}{dx} \right)_{(3,1)} = \frac{3}{1} = 3$

24. એક શહેરની વસ્તીનો વધારો પ્રતિવર્ષ 4% છે, જો t સમયમાં શહેરની વસ્તી p હોય, તો p નું t નાં સ્વરૂપમાં સમીકરણ છે.

- (A) $p = \frac{1}{25} e^{4t}$
- (C) $p = 4 \cdot e^{\frac{t}{25}}$

- (B) $p = e^{\frac{t}{25}}$
- (D) $p = c \cdot e^{\frac{t}{25}}$

$$\frac{dp}{dt} = \frac{4p}{100}$$

$$\therefore \frac{dp}{p} = \frac{1}{25} dt$$

$$\therefore \log \frac{p}{c} = \frac{t}{25}$$

$$\frac{p}{c} = e^{\frac{t}{25}}$$

$$p = c e^{\frac{t}{25}}$$

25. વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx} = 4xy^2$, $y(0) = 1$ નો વિશિષ્ટ ઉકેલ છે.

- (A) $4e^x + \frac{1}{y^2} = 8$
- (C) $x^2 = \frac{1}{y^2}$

- (B) $y = (2x^2 + 1) = 1$
- (D) $y = x^2 + \log x$

$$\therefore \frac{dy}{y^2} = -4x \, dx$$

$$\therefore \frac{-1}{y} = -\frac{4x^2}{2} + c$$

$$\frac{-1}{y} = -2x^2 + c \quad \text{--- (i)}$$

$$\therefore \frac{1}{y} = 2x^2 - c$$

$\therefore 2x^2 + 1 = \frac{1}{y}$ છે.
 જે વિશિષ્ટતા નથી

26. સદિશો \vec{x} અને \vec{y} માટે $[2\vec{x} + 3\vec{y} \quad \vec{x} \quad \vec{y}] = \dots$

- (A) 1
- (C) $6(\vec{x} \times \vec{y})$

- (B) 0
- (D) $6|\vec{x}|^2$

$$[2\vec{x} + 3\vec{y} \quad \vec{x} \quad \vec{y}] = \frac{1}{2} [2\vec{x} + 3\vec{y} \quad 2\vec{x} \quad \vec{y}] = \frac{1}{2} [2\vec{x} + 3\vec{y} \quad 2\vec{x} + 3\vec{y} \quad \vec{y}]$$

27. $\int (x^6 + 7x^5 + 6x^4 + 5x^3 + 4x^2 + 3x + 1) e^x dx = \dots + c$

२५ दिव

(A) $\sum_{i=0}^6 (ex)^i = \int e^{2x} [x^6 + 6x^5 + 2x^5 + 5x^4 + x^4 + 4x^3 + 2x^3 + 3x^2 + 2x^2 + 2x + x + 1] dx$

(B) $\sum_{i=1}^7 x^i e^x = \int e^{2x} (x^6 + 6x^5) dx + \int e^x (x^5 + 5x^4) dx + \int e^{2x} (2x^4 + 4x^3) dx + \int e^{2x} (x^3 + 3x^2) dx + \int e^{2x} (2x^2 + 2x) dx$

(C) $\sum_{i=1}^6 x^i e^x = e^{2x} (x^6 + 6x^5) + e^x (x^5 + 5x^4) + e^{2x} (2x^4 + 4x^3) + e^{2x} (x^3 + 3x^2) + e^{2x} (2x^2 + 2x) + e^{2x} (x + 1) dx$

(D) $\sum_{i=0}^6 i e^x = \sum_{i=1}^6 e^x x^i + c = e^x (x^6 + 6x^5 + 2x^5 + 5x^4 + x^4 + 4x^3 + 2x^3 + 3x^2 + 2x^2 + 2x + x + 1) + c$

28. $\int (1 - \cos x) \operatorname{cosec}^2 x dx = \dots + c$

(A) $2 \tan\left(\frac{x}{2}\right) = \int \frac{x \sin^2 \frac{x}{2}}{\sin^2 x} dx$

(B) $\tan\left(\frac{x}{2}\right) = \int \frac{x \sin^2 \frac{x}{2}}{4 \sin^2 \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{x}{2}} dx$

(C) $\cot\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1}{2} \int \sec^2 \frac{x}{2} dx$

(D) $\frac{1}{2} \tan\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1}{2} \int \tan \frac{x}{2} dx = \tan \frac{x}{2} + c$

29. $\int \frac{\cot x dx}{\sqrt{\cos^4 x + \sin^4 x}} = \dots + c = \int \frac{\cot x}{\sin^2 x \sqrt{\cot^4 x + 1}} dx$

(A) $-\frac{1}{2} \log |\cot x + \sqrt{\cot^4 x + 1}| = \int \frac{\cot x \operatorname{cosec}^2 x}{\sqrt{\cot^4 x + 1}} dx$

(B) $\frac{1}{2} \log |\cot^2 x + \sqrt{\cot^4 x + 1}|$ $\cot^2 x = t \Rightarrow 2 \cot x (\operatorname{cosec}^2 x) dx = dt$

(C) $-\frac{1}{2} \log |\cot^2 x + \sqrt{\cot^4 x + 1}|$ $\cot x \operatorname{cosec}^2 x dx = \frac{1}{2} dt$

(D) $\frac{1}{2} \log |\tan^2 x + \sqrt{\tan^4 x + 1}|$ $I = \frac{1}{2} \int \frac{1}{\sqrt{t^2 + 1}} dt = \frac{1}{2} \log |t + \sqrt{t^2 + 1}| + c$

[B] $= -\frac{1}{2} \log |\cot^2 x + \sqrt{\cot^4 x + 1}| + c$

30. ગોલકના ઘનફળનો તેના પૃષ્ઠફળ S ને સાપેક્ષ વૃદ્ધિ દર થાય.

(A) $4\sqrt{\frac{S}{\pi}}$

દાનમાં $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ — (1)

$\therefore \frac{V}{S} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{4\pi r^2}$

(B) $\sqrt{\frac{S}{\pi}}$

પૃષ્ઠફળ $S = 4\pi r^2$ — (2)

(C) $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{S}{\pi}}$

(D) $\frac{1}{4}\sqrt{\frac{S}{\pi}}$

$\frac{dV}{dS} = \frac{dV}{dr} \cdot \frac{dr}{dS} = 4\pi r^2 \cdot \frac{1}{8\pi r} = \frac{r}{2}$

31. એક વસ્તુના x એકમના વેચાણમાંથી થતી કુલ આવક

$R(x) = 10x^2 + 20x + 1500$ દ્વારા મળે છે.

x = 2015 હોય, ત્યારે સીમાંત આવક થાય.

(A) 40300

(B) 4032

(C) 40320

(D) 403

32. $\cos^{-1}(-0.49)$ નું આસન્ન મૂલ્ય છે. અહીં $\alpha = -0.49$, $\alpha_0 = -0.50$, $f(x) = \cos^{-1}x$

(A) $\frac{\pi}{3} + \frac{1}{50\sqrt{3}}$

$f(\alpha_0) = f(0.5) = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$

(B) $\frac{2\pi}{3} + \frac{1}{50\sqrt{3}}$

$f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{-1}{\sqrt{1-0.25}} = \frac{-1}{\sqrt{0.75}}$

(C) $\frac{2\pi}{3} - \frac{1}{50\sqrt{3}}$

$f'(\alpha_0) = \frac{-1}{\sqrt{3/4}} = -\frac{2}{\sqrt{3}}$

(D) $\frac{\pi}{3} - \frac{1}{50\sqrt{3}}$

હવે $f(x) = f(\alpha_0) + f'(\alpha_0)(x - \alpha_0)$
 $= \frac{2\pi}{3} + \left(\frac{-2}{\sqrt{3}}\right)(-0.49 + 0.50)$
 $= \frac{2\pi}{3} - \frac{2 \times 0.01}{\sqrt{3}}$
 $= \frac{2\pi}{3} - \frac{1}{50\sqrt{3}}$

33. જો $y = f(x) = \sin x$ હોય, તો તેનો વિકલ $dy = \dots\dots$,

જ્યાં $x = \frac{\pi}{6}$, $dx = 0.01$ છે. અહીં $f'(x) = \cos x$

(A) $\sqrt{3}$

$dy = f'(x) dx$

(B) $\sqrt{3} (0.005)$

$= \cos x \cdot dx$

(C) $\sqrt{3} (0.05)$

$= \cos \frac{\pi}{6} \cdot (0.01)$

(D) $\sqrt{3} (0.5)$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} (0.01)$

$= \sqrt{3} (0.005)$

34. $f(x) = x^{3/5}(4-x)$, $x \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ ની નિર્ણાયક સંખ્યાઓ

રફ કર્યું

..... છે. $f'(x) = 4x^{3/5} - x^{8/5}$

(A) $0, -2/3$ $f'(x) = \frac{12}{5}x^{-2/5} - \frac{8}{5}x^{3/5}$

(B) $0, -3/2$ $f'(x) = 0$

(C) $0, 3/2$ $\frac{12}{5}x^{-2/5} - \frac{8}{5}x^{3/5} = 0$

(D) $0, 2/3$ $12x^{-2/5} = 8x^{3/5}$
 $3x^{-2/5} = 2x^{3/5}$

$243x^{-2} = 32x^3$

$\frac{243}{32} = \frac{x^3}{x^2}$

$x^5 = \frac{243}{32}$

$x = \frac{3}{2}$

~~.....~~
 સંખ્યાઓ $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ એ

35. પદાર્થકણની ગતિનું સમીકરણ $s = t^3 - 6t^2 - 15t$ છે. s મીટરમાં તથા t સેકન્ડમાં છે. તો પદાર્થકણ સ્થિર થાય, ત્યારે $t = \dots$

(A) 0 $V = \frac{ds}{dt} = 3t^2 - 12t - 15$

(B) 5 સ્થિર થાય ત્યારે $V=0$

(C) 1

(D) 5, 1

$3t^2 - 12t - 15 = 0 \Rightarrow t = 5$
 $t^2 - 4t - 5 = 0$
 $(t-5)(t+1) = 0$

$x=0$ ની ટીકણી

તો 0 પણ

નીર્ણાયક સંખ્યા

થાય

આમ $0, \frac{3}{2}$

નીર્ણાયક સંખ્યા છે

36. $(at^2, 2at)$ પ્રચલ સમીકરણવાળા વક્રનો સ્પર્શક આગળ

X-અક્ષને લંબ છે. $t \in \mathbb{R}$. $(at^2, 2at)$ પ્રચલ સમીકરણવાળા વક્રનો સ્પર્શક

(A) $(a, -2a)$

(B) $(4a, 4a)$

(C) $(a, 2a)$

(D) $(0, 0)$

$y^2 = 4ax$ છે
 $\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{2a}{y}$
 $\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{4a}{2a}$

સ્પર્શક X-અક્ષને લંબ હોવાથી $\frac{dy}{dx} = \infty$

$\therefore \frac{4a}{2a} = \infty$

$\therefore y = 0$

$y=0$ સમીકરણ

પૂરવવાથી

\therefore બિંદુ $(0, 0)$ છે

37. $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ પરના $(\frac{a}{2\sqrt{2}}, \frac{a}{2\sqrt{2}})$ બિંદુએ અભિલંબનું

સમીકરણ છે.

(A) $x = y$

(B) $2x + y = 0$

(C) $y = 1$

(D) $x = 0$

$\frac{2}{3}x^{-1/3} + \frac{2}{3}y^{-1/3} \frac{dy}{dx} = 0$
 $\therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{x^{-1/3}}{y^{-1/3}} = -\frac{y^{1/3}}{x^{1/3}}$
 $\therefore \left(\frac{dy}{dx}\right)_{\left(\frac{a}{2\sqrt{2}}, \frac{a}{2\sqrt{2}}\right)} = -1$

\therefore અભિલંબનું સમીકરણ

$y - \frac{a}{2\sqrt{2}} = 1 \left(x - \frac{a}{2\sqrt{2}}\right)$

$\therefore y - \frac{a}{2\sqrt{2}} = x - \frac{a}{2\sqrt{2}}$

$\therefore x = y$

38. $x + y + z = 1$ નું $x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma = P$ સ્વરૂપ
..... છે. $\angle C$ સામી 1 ની ગુણધર્મો સાથે

રફ કાર્ય

(A) $\frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{y}{\sqrt{3}} + \frac{z}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $P = \frac{|0+0+0-1|}{\sqrt{1+1+1}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

(B) $x + y + z = 1$ સામી (B) પરથી

(C) $\frac{x}{2\sqrt{3}} + \frac{y}{2\sqrt{3}} + \frac{z}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $\frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{y}{\sqrt{3}} + \frac{z}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

(D) $\frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{y}{\sqrt{3}} + \frac{z}{\sqrt{3}} = 1$ જે માંગેલ સ્વરૂપ છે

39. યામાક્ષો સાથે એકરૂપ ખૂણા બનાવતી અને (2, -3, 5) માંથી પસાર થતી રેખાનું સમીકરણ થાય. ($k \in \mathbb{R}$) સામી $\alpha = \beta = \gamma$

(A) $\vec{r} = (2, -3, 5) + k(-1, 1, 1)$ & $(\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma) = 1$

(B) $\vec{r} = (2, -3, 5) + k(1, 1, 1)$ $\therefore 3 \cos^2 \alpha = 1$
 $\cos^2 \alpha = \frac{1}{3}$

(C) $\vec{r} = (2, -3, 5) + k\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ $\cos^2 \alpha = \frac{1}{3}$

(D) $\vec{r} = (2, -3, 5) + k\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ $\vec{l} = (\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma)$
 $= \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

\therefore રેખાનું સમીકરણ
 $\vec{r} = (2, -3, 5) + k\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$
 $k \in \mathbb{R}$
 $\vec{r}' = (2, -3, 5) + k(1, 1, 1)$
 $k \in \mathbb{R}$
 $\frac{k'}{\sqrt{3}} = k$ આથી

40. $\vec{r} \cdot (1, 2, -1) = 3$ અને $2x - y + 2z = 2$ વચ્ચેના ખૂણાનું

માપ સામી $\vec{n}_1 = (1, 2, -1)$, $\vec{n}_2 = (2, -1, 2)$ એ બંનેનો α કોણ

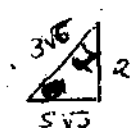
(A) $\pi - \cos^{-1} \frac{\sqrt{6}}{9}$

(B) $\tan^{-1} \frac{5}{\sqrt{2}}$

$\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{|2 - 2 - 2|}{\sqrt{1+4+1} \sqrt{4+1+4}} = \frac{-2}{\sqrt{6} \cdot 3} = -\frac{2}{3\sqrt{6}}$

(C) $\cos^{-1} \frac{5\sqrt{3}}{9}$

(D) $\sin^{-1} \frac{\sqrt{6}}{9}$

$\therefore \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{6} \cdot 3} = \frac{2}{3\sqrt{6}}$
 $\therefore \tan \alpha = \frac{5}{\sqrt{2}}$ ()

41. જે રેખાઓની દિશક સંખ્યાઓ l, m, n અને $m-n, n-l, l-m$ હોય, તેવી રેખાઓ વચ્ચેના ખૂણાનું માપ છે.

(A) $\frac{\pi}{3}$

(B) $\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{\pi}{6}$

(D) $\frac{\pi}{2}$

સામી રેખાઓની દિશક $\vec{l}_1 = (l, m, n)$ અને $\vec{l}_2 = (m-n, n-l, l-m)$ છે.

α કોણ વચ્ચેનો ખૂણો α કોણ

$\cos \alpha = \frac{|\vec{l}_1 \cdot \vec{l}_2|}{|\vec{l}_1| |\vec{l}_2|} = \frac{|lm - ln + mn - lm + nl - mn|}{\sqrt{l^2+m^2+n^2} \sqrt{(m-n)^2 + (n-l)^2 + (l-m)^2}} = 0$

050(G)/06

$\therefore \cos \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2}$

42. $\int_1^3 \log x \, dx = \dots = \int_1^3 1 \cdot \log x \, dx = [x \log x]_1^3 - \int_1^3 x \cdot \frac{1}{x} \, dx$

- (A) $\log\left(\frac{27}{e}\right)$ (B) $-2 + \log 27 = (3 \log 3 - e) - [x]_1^3$
 (C) $-2 + \log 9$ (D) $2 + \log 27 = 3 \log 3 - (3-1)$

43. $\int_0^{\pi/2} \sin 2x \sin x \, dx = \dots = \int_0^{\pi/2} 2 \sin x \cos x \sin x \, dx = 2 \int_0^{\pi/2} \sin^2 x \cos x \, dx$

- (A) $\frac{4}{3}$ (B) $\frac{1}{3}$
 (C) $\frac{2}{3}$ (D) $-\frac{2}{3}$
- $= 2 \left[\frac{\sin^3 x}{3} \right]_0^{\pi/2} = \frac{2}{3} (1-0) = \frac{2}{3}$

44. સંકલનની મદદથી વક્ર $y = x$, X-અક્ષ અને રેખાઓ $x = 1$ તથા $x = 10$ વડે આવૃત્ત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ..... છે.

- (A) 50 (B) 100
 (C) 99 (D) $\frac{99}{2}$
- $A = |I|$
 જ્યાં $I = \int_1^{10} x \, dx = \left[\frac{x^2}{2} \right]_1^{10} = \frac{1}{2} (100-1) = \frac{99}{2}$
 $\therefore A = \left| \frac{99}{2} \right| = \frac{99}{2}$

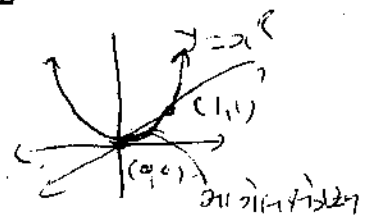
45. વક્ર $y = 5 \sin x$; $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, X-અક્ષ વડે આવૃત્ત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ..... છે.

- (A) $\frac{1}{5}$ (B) 5
 (C) 1 (D) $\frac{5}{2}$
- $A = |I|$ જ્યાં $I = \int_0^{\pi/2} 5 \sin x \, dx = 5 [-\cos x]_0^{\pi/2} = 5(0 - (-1)) = 5$
 $\therefore A = |5| = 5$

46. વક્રો $y = x^2$ તથા $y = x$ વડે આવૃત્ત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ..... છે.

- (A) $\frac{5}{6}$ (B) $\frac{1}{6}$
 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{3}$
- $A = |I|$ જ્યાં $I = \int_0^1 (x - x^2) \, dx = \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$
 $\therefore A = \left| -\frac{1}{6} \right| = \frac{1}{6}$

050(G)/06



[12]

47. X-અંતઃખંડ 4, Y-અંતઃખંડ (-6), Z-અંતઃખંડ 3 બનાવતા સમતલનું સમીકરણ છે.

રફ કાર્ય

(A) $4x - 3y + 2z = 12$

(B) $3x - 4y + 6z = 12$

(C) $3x - 2y + 4z = 12$

(D) $4x - 6y + 3z = 1$

અહીં $a=4, b=-6, c=3$

∴ સમાપતિ સમ

$\frac{x}{4} + \frac{y}{-6} + \frac{z}{3} = 1$ પરમ

$\frac{x}{4} + \frac{y}{-6} + \frac{z}{3} = 1$

∴ $3x - 2y + 4z = 12$ જે ઇંગોલિસમી છે.

48. સમતલ $2x - z + 1 = 0$ નું સદિશ સમીકરણ છે.

(A) $\vec{r} \cdot (2, 0, -1) = 1$ અહીં $\vec{n} = (2, 0, -1)$ છે

(B) $\vec{r} \cdot (2, -1, 0) = 1$ ∴ સમાપતિ અહીં સમ

(C) $\vec{r} \cdot (2, -1, 0) + 1 = 0$ $\vec{r} \cdot \vec{n} = d$ પરમ

(D) $\vec{r} \cdot (2, 0, -1) + 1 = 0$ $\vec{r} \cdot (2, 0, -1) = -1$

∴ $\vec{r} \cdot (2, 0, -1) + 1 = 0$ થાય

49. $(2, 2, -3)$ અને $(1, 3, 5)$ માંથી પસાર થતી રેખાનું કાર્તેસીય સ્વરૂપ છે.

અહીં $\vec{r} \cdot \vec{n} = d$ જે $\vec{n} = (-1, 1, 8) = \vec{l}$

(A) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-5}{-3}$

(B) $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{8}$

(C) $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{8}$

(D) $\frac{x-1}{7} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-5}{8}$

$\frac{x-2}{l_1} = \frac{y-2}{l_2} = \frac{z-2}{l_3}$ પરમ

$\frac{x-2}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{8}$ થાય

50. ઉગમબિંદુ થી સમતલ $\vec{r} \cdot (3, 4, 12) = 65$ નું લંબ અંતર છે.

(A) 65 અહીં સમાપતિ સમ

(B) 1 $3x + 4y + 12z - 65 = 0$ છે

(C) 5 ∴ ઉગમબિંદુથી અંતર = $\frac{|-65|}{\sqrt{9+16+144}} = \frac{65}{13} = 5$

(D) 13

050(G)
(MARCH, 2015)

PART - B

Time : 2 Hours]

[Maximum Marks : 50

સૂચનાઓ :

1. સ્પષ્ટ વંચાય તેવું હસ્તલેખન જાળવવું.
2. આ પ્રશ્નપત્રનાં વિભાગ-B માં ત્રણ વિભાગ છે અને કુલ 1 થી 18 પ્રશ્નો આપેલા છે.
3. બધા જ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે. આંતરિક વિકલ્પો આપેલા છે.
4. પ્રશ્નની જમણી બાજુના અંક તેના ગુણ દર્શાવે છે.
5. નવો વિભાગ નવા પાના પર લખવો.
6. પ્રશ્નોના જવાબ ક્રમમાં લખવા.
7. વિદ્યાર્થીઓ જરૂર જણાય ત્યાં સાદા કેલ્ક્યુલેટરનો ઉપયોગ કરી શકશે.

વિભાગ - A

- નીચે આપેલ 1 થી 8 પ્રશ્નોના જવાબો માંગ્યા મુજબ આપો. દરેક પ્રશ્નના 2 ગુણ છે. 16
1. $f(x) = 6x + 3 \cot x$ ના મહત્તમ તથા ન્યૂનતમ મૂલ્યો શોધો, જ્યાં $x \in (0, \pi)$.
 2. $xy + ax + by = 2$ પરનાં $(1, 1)$ બિંદુ આગળ સ્પર્શકનો ઢાળ 5 છે, તો a અને b મેળવો.
 3. $\int x \sqrt{x^4 + 64} dx$ મેળવો.
 4. $\int \frac{(e^x - 1)}{(e^x + 1) \sqrt{e^x + 1 + e^{-x}}} dx$ મેળવો.
 5. વક્ર $y = x^2 - 3x + 2$ નું X-અક્ષ વડે આવૃત્ત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ મેળવો.
અથવા
પરવલય $y = x^2 + 2$ તથા રેખાઓ $y = x$, $x = 3$ અને $x = 0$ વડે આવૃત્ત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
 6. એકમ સદિશો \bar{x} અને \bar{y} માટે સાબિત કરો કે $\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} |\bar{x} + \bar{y}|$, જ્યાં $(\bar{x}, \bar{y}) = \alpha$.
 7. $(a_1, 1, 1)$, $(1, a_2, 1)$, $(1, 1, a_3)$ સમતલીય સદિશો હોય, તો સાબિત કરો કે $\sum_{i=1}^3 \frac{1}{1 - a_i} = 1$.
 8. રેખા $x = 3z + 2$, $y = 2 - 5z$ ની દિક્કોસાર્થન શોધો.
અથવા
સાબિત કરો કે $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{5}$ તથા $\frac{x+2}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{-2}$ વિષમતલીય રેખાઓ છે.

- નીચેના 9 થી 14 સુધીના પ્રશ્નોના માગ્યા મુજબ જવાબ આપો. દરેક પ્રશ્નનાં 3 ગુણ છે.

9. સરવાળાના લક્ષ્ય તરીકે $\int_a^b \sin x \, dx$ મેળવો.

અથવા

ક્રિમત મેળવો : $\int_{-1}^2 |2x-1| \, dx$

10. બે વર્તુળો $x^2 + y^2 = 1$ અને $(x-1)^2 + y^2 = 1$ વડે આવૃત્ત સામાન્ય પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ મેળવો.

11. વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx} = \sin(x+y)$ નો ઉકેલ મેળવો.

અથવા

પ્રારંભિક શરત $y(e) = 0$ ને આધીન વિકલ સમીકરણ $x \cdot e^{y/x} - y + x \frac{dy}{dx} = 0$ નો વિશિષ્ટ ઉકેલ મેળવો.

12. સદિશની મદદથી સાબિત કરો કે $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$.

13. બે કોઈ રેખા સમઘનના વિકર્ણો સાથે $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ માપના ખૂણા બનાવે,

તો સાબિત કરો કે $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma + \cos^2 \delta = \frac{4}{3}$.

14. બિંદુ $(1, 5, 1)$ નું સમતલ $x - 2y + z + 5 = 0$ ની સાપેક્ષ પ્રતિબિંબ મેળવો.

વિભાગ - C

- નીચેના 15 થી 18 સુધીના પ્રશ્નોના માગ્યા મુજબ જવાબ આપો. દરેક પ્રશ્નનાં 4 ગુણ છે.

15. પાણીની એક ટાંકી ઊંઘા શંકુ આકારની છે. તેના પાયાની ત્રિજ્યા 8 મીટર તથા ઊંચાઈ 12 મીટર છે. ટાંકીને સફાઈ માટે 4 મી³ / મિનિટ નાં દરથી ખાલી કરવામાં આવી રહી છે. જ્યારે પાણીની ઊંચાઈ 6 મીટર હોય, ત્યારે પાણીની સપાટીની ઊંચાઈ ઘટવાનો દર શોધો.

16. $\int e^{4x} \sin 8x \cos x \, dx$ મેળવો.

અથવા

$\int \frac{(3x+2)}{(x+1)(x+2)(x-3)} \, dx$ મેળવો.

17. $\int_0^1 \tan^{-1} \left(\frac{1}{1-x+x^2} \right) \, dx$ ની ક્રિમત મેળવો.

18. એક ઓરડામાં મૃતદેહનું તાપમાન 100°F છે. 5 મિનિટ બાદ મૃતદેહનું તાપમાન 50°F થાય છે. ત્યારબાદ બીજી 5 મિનિટ પછી તેનું તાપમાન 40°F થાય છે, તો તેના આસપાસના વાતાવરણનું અચળ તાપમાન શોધો.