This Question Paper contains 20 printed pages.
(Part - A & Part - B)
Sl.No. 1800228

050(G)

(MARCH, 2016)
(SEMESTER - IV)
ગણિત

પ્રશ્ન પેપરનો સેટ નંબર જેની સામેનું વર્તુળ OMR શીટમાં ઘટ્ટ કરવાનું રહે છે. Set No. of Question Paper, circle against which is to be darken in OMR sheet.
18

Part - A : Time : 1 Hour / Marks : 50
Part - B : Time : 2 Hours / Marks : 50

(Part - A)

Time : 1 Hour] ***[Maximum Marks : 50***

* વર્તુળ કરેલ વિકલ્પ સાચો જવાબ છે.

સૂચનાઓ :

1) આ પ્રશ્નપત્રના ભાગ-A માં હેતુલક્ષી પ્રકારના 50 પ્રશ્નો છે. બધા જ પ્રશ્નો ફરજીયાત છે.
2) પ્રશ્નોની ક્રમ સંખ્યા 1 થી 50 છે અને દરેક પ્રશ્નનો ગુણ 1 છે.
3) કાળજીપૂર્વક દરેક પ્રશ્નનો અભ્યાસ કરી સાચો વિકલ્પ પસંદ કરવો અને જવાબ OMR પત્રકમાં આપવો.
4) આપને અલગથી આપેલ OMR પત્રકમાં જે તે પ્રશ્ન નંબર સામે (A) O, (B) O, (C) O, (D) O આપેલા છે. તે પ્રશ્નનો જે જવાબ સાચો હોય તેના વિકલ્પ પરના વર્તુળને પેનથી પૂર્ણ ઘટ્ટ ● કરવાનું રહેશે.
5) રફ કાર્ય હેતુ આ ટેસ્ટ બુકલેટમાં આપેલી જગ્યા પર કરવાનું રહેશે.
6) પ્રશ્નપત્રકમાં ઉપરની જમણી બાજુંમાં આપેલા પ્રશ્નપત્રક સેટ નં. ને OMR પત્રકમાં આપેલી જગ્યામાં લખવાનું રહેશે.
7) વિદ્યાર્થીઓ જરૂર જણાય ત્યાં સાદા કેલ્કયુલેટર અને લૉગ ટેબલનો ઉપયોગ કરી શકશે.

www.sironline.in

રફ કાર્ય

1) એક શહેરની વસતીનો વધારો પ્રતિવર્ષ 5% છે. જો t સમયમાં શહેરની વસતી P હોય તો, P નું t ના સ્વરૂપમાં સમીકરણ ________ છે.

(A) $P = \frac{1}{20}e^{5t}$

(B) $P = 3 \cdot e^{t/20}$

(C) $P = c \cdot e^{t/20}$

(D) $P = e^{t/20}$

અહીં $\frac{dP}{dt} = \frac{5P}{100}$
$\therefore \frac{dP}{P} = \frac{1}{20} dt$
$\therefore \int P = \frac{1}{20}\int dt$
$\therefore \log P = \frac{1}{20}t + \log c$
$\log \frac{P}{C} = \frac{t}{20}$
$\therefore \frac{P}{C} = e^{t/20}$
$\therefore P = ce^{t/20}$

રફ કાર્ય

2) નીચેના પૈકીનું કયું વિધેય સમીકરણ $y.\frac{dy}{dx} = x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 1$નો ઉકેલ છે ?

(A) $y \cdot e^x = C$

(B) $y = A\cos x + B\sin x$

(C) $y = 2x^2 + 4$

(D) $y = Cx + \frac{1}{C}$

3) $\overline{x} \times (-2\overline{y}) =$ __________ .

(A) $2(\overline{y} \times \overline{x})$

(B) $-2|\overline{x}|^2$

(C) $2(\overline{x} \times \overline{y})$

(D) $2|\overline{x}|^2$

4) જો $|\overline{x}| = |\overline{y}| = 1$ તથા $\overline{x} \perp \overline{y}$, તો $|\overline{x} - \overline{y}| =$ __________

(A) 0

(B) $\sqrt{2}$

(C) 1

(D) $\sqrt{3}$

5) જો (k, 1, –2), (1, 1, 3), (8, 5, 0) સમતલીય સદિશો હોય, તો k = __________.

(A) 5

(B) –2

(C) 2

(D) –5

6) $\hat{i} + \hat{j}$ તથા $\hat{j} + \hat{k}$ વિકર્ણોવાળા સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ __________ છે.

(A) 0

(B) $\sqrt{3}$

(C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(D) $\frac{3}{2}$

www.sironline.in

રફ કાર્ય

7) $\overline{a} = (-3, 1, 0)$, $\overline{b} = (1, -1, -1)$ તો $|Comp_{\overline{b}}\overline{a}| =$ ______.

(A) $\frac{4}{\sqrt{10}}$ (B) $-\frac{4}{\sqrt{3}}$

(C) $-\frac{4}{\sqrt{10}}$ (D) $\frac{4}{\sqrt{3}}$

$|Comp_{\overline{b}}\overline{a}| = \left|\frac{\overline{a}\cdot\overline{b}}{|\overline{b}|}\right| = \left|\frac{-3-1+0}{\sqrt{1+1+1}}\right| = \left|\frac{-4}{\sqrt{3}}\right| = \frac{4}{\sqrt{3}}$

8) (2, 4, –6) અને ________ સદિશોના દિક્‌ગુણોત્તર સમાન છે.

(A) $(\pi, -2\pi, 3\pi)$

(B) (–1, –2, 3)

(C) (k, 2k, 5k)

(D) (1, 2, 3)

$(-1, -2, 3) = -\frac{1}{2}(2, 4, -6)$ થાય છે

∴ (–1, –2, 3) અને (2, 4, –6) ના દીક્‌ગુણોત્તર સમાન છે

નોંધ:- સમરેખ સદીશોના દીક્‌ગુણોત્તર સમાન હોય

www.sironline.in

9) $\overline{OA} = (3, 1, 4)$, $\overline{OB} = (1, 2, 3)$, $\overline{OC} = (2, 1, 5)$ ધારવાળા સમાંતર ફલકનું ઘનફળ ________ છે.

(A) 1 (B) 10

(C) –10 (D) $\frac{5}{3}$

$\overline{OA}, \overline{OB}, \overline{OC}$ ધારવાળા સમાંતર ફલકનું ઘનફળ $= [\overline{OA}\ \overline{OB}\ \overline{OC}]$

$= \begin{vmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \end{vmatrix}$

$= 3(10-3) - 1(5-6) + 4(1-4)$

$= 21 + 1 - 12$

$= 10$

10) બિંદુ (2, –3, 6) થી સમતલ $3x - 6y + 2z + 10 = 0$ નું લંબઅંતર ________ છે.

(A) $\frac{10}{7}$ (B) $-\frac{46}{7}$

(C) $\frac{46}{7}$ (D) $\frac{13}{7}$

બિંદુનું સમતલથી લંબઅંતર

$PM = \frac{|3(2) - 6(-3) + 2(6) + 10|}{\sqrt{9+36+4}}$

$= \frac{|6 + 18 + 12 + 10|}{7}$

$= \frac{46}{7}$

રફ કાર્ય

11) $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{5}$ અને $\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-3}{-2}$ રેખાઓ ________ છે.

(A) સમતલીય

(B) પરસ્પર લંબ

(C) સંપાતી

(D) સમાંતર

12) સમતલ $2x+3y+6z-15=0$ એ Y- અક્ષ સાથે ________ માપનો ખૂણો બનાવે છે.

(A) $\cos^{-1}\left(\frac{3}{7}\right)$

(B) $\sin^{-1}\left(\frac{3}{7}\right)$

(C) $\sin^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{7}}\right)$

(D) $\sin^{-1}\left(\frac{2}{7}\right)$

www.sironline.in

13) સમતલ $2x+3y-7z=8$ નો લંબ સદિશ ________ છે.

(A) (7, 2, 3)

(B) (2, 3, –7)

(C) (3, 2, –7)

(D) (1, 2, 3)

14) (4, 5, –1) માંથી પસાર થતાં તથા $3\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$ અભિલંબવાળા સમતલનું સમીકરણ ____________ થાય.

(A) $4x+5y-z=6$

(B) $4x-5y+z=6$

(C) $3x+y+z=6$

(D) $3x-y+z=6$

રફ કાર્ય

15) રેખા $\frac{3-x}{3} = \frac{2y-3}{5} = \frac{z}{2}$ નું સદિશ સમીકરણ ________ છે, $k \in R$.

$\therefore \frac{x-3}{-3} = \frac{y-\frac{3}{2}}{\frac{5}{2}} = \frac{z-0}{2}$

(A) $\bar{r} = (-6, 5, 4) + k\left(3, \frac{3}{2}, 0\right)$

$\therefore \bar{a} = (3, \frac{3}{2}, 0)$

$\bar{l} = (-3, \frac{5}{2}, 2)$

(B) $\bar{r} = (3, 5, 2) + k(3, 3, 0)$

∴ રેખાનું સદિશ સમી. $\bar{r} = \bar{a} + k'\bar{l}$, $k' \in R$ પરથી

(C) $\bar{r} = (3, 3, 0) + k(3, 5, 2)$

$\bar{r} = (3, \frac{3}{2}, 0) + k'(-3, \frac{5}{2}, 2)$

$\bar{r} = (3, \frac{3}{2}, 0) + \frac{k'}{2}(-6, 5, 4)$

(D) $\bar{r} = \left(3, \frac{3}{2}, 0\right) + k(-6, 5, 4)$

$\bar{r} = (3, \frac{3}{2}, 0) + k(-6, 5, 4)$ જ્યાં $k = \frac{k'}{2} \in R$

16) સમતલ $3x + 4y - 6z = 12$ નાં Y અને Z અંતઃખંડોનો સરવાળો ________ થાય.

અહીં $3x + 4y - 6z - 12 = 0$

∴ y અંતઃખંડ $= -\frac{-12}{4} = 3$

z અંતઃખંડ $= -\frac{-12}{-6} = -2$

(A) 5

(B) 10

(C) 1

(D) 4

∴ y અંતઃખંડ + z અંતઃખંડ $= 3 - 2 = 1$

www.sironline.in

17) ઊગમબિંદુમાંથી સમતલ પરનો લંબપાદ $(a, b, 0)$ હોય તો, તે સમતલનું સમીકરણ ________ છે.

અહીં $P(a,b,0)$ અને $O(0,0,0)$

(A) $ax + by = ab$

લેતા અભિલંબ $\bar{n} = \overline{OP} = (a,b,0)$

અને $\bar{a} = (a,b,0)$ છે.

(B) $ax + by = a + b$

$\therefore d = \bar{a} \cdot \bar{n} = a^2 + b^2$

∴ સમતલનું સમી.

$\bar{r} \cdot \bar{n} = d$ પરથી

(C) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

$(x, y, z) \cdot (a, b, 0) = a^2 + b^2$

(D) $ax + by = a^2 + b^2$

$\therefore ax + by = a^2 + b^2$

18) જ્યારે r = 7 સેમી. હોય ત્યારે ગોલકના ઘનફળનો ત્રિજ્યાને સાપેક્ષ બદલવાનો દર _______ છે.

(A) 196 π સેમી. / સેમી.³

(B) 196 π સેમી.³ / સેમી.

(C) 196 π સેમી.² / સેમી.

(D) 196 π સેમી. / સેમી.

19) વિધેય $f(x) = \log_{10} \cos x$ એ $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$માં _______ વિધેય છે.

(A) વધતું અને ઘટતું

(B) ઘટતું

(C) અચળ

(D) વધતું

20) $y = x^3 - 2x + 4$ નાં બિંદુ (1, 3) એ અભિલંબનું સમીકરણ _______ છે.

(A) $x + y + 4 = 0$

(B) $x - y + 4 = 0$

(C) $x + y - 4 = 0$

(D) $x - y - 4 = 0$

21) જ્યારે સમઘનની બાજુ x સેમી. હોય તથા બાજુની લંબાઈમાં 11% નો વધારો થાય તો તેના પૃષ્ઠફળમાં _______ ટકાનો ફેરફાર થાય.

(A) 44

(B) 11

(C) 10

(D) 22

22) $f(x) = x^x$ એ _______ અંતરાલમાં ઘટે છે, $x \in R^+$.

(A) $(0, \infty)$

(B) $\left(0, \frac{1}{e}\right)$

(C) (0,1)

(D) (0, e)

રફ કાર્ય

23) રેખા $y = x$ એ વક્ર $y = x^2 + bx + c$ ને (1, 1) આગળ સ્પર્શે તો ________.

(A) $b = 0, \quad c = 1$

(B) $b = -1, \quad c = 1$

(C) $b = 1, \quad c = 1$

(D) $b = 1, \quad c = 2$

24) જો $x^2 + ax + 1$ વિધેય (1, 2) માં વધતું વિધેય હોય તો, a ની સૌથી નાની કિંમત ________ થાય.

(A) -1

(B) 1

(C) 2

(D) -2

25) વક્રો $y^2 = 2015\,x$ અને $x^2 = 2014\,y$ ના (0, 0) આગળનાં સ્પર્શકો વચ્ચેના ખૂણાનું માપ ________ છે.

(A) $\frac{\pi}{3}$

(B) $\frac{\pi}{2}$

(C) $\frac{\pi}{6}$

(D) $\frac{\pi}{4}$

26) $\int \log x(\log x+2)\, dx =$ ________ $+ c$.

(A) $x\,[(\log x)^2 + 1]$

(B) $x^2 \log x + 1$

(C) $2x\,(\log x)^2$

(D) $x\,(\log x)^2$

www.sironline.in

રફ કાર્ય

27) જો $\int f(x)\,dx = g(x)$, તો

$I = \int f^{-1}(x)\,dx =$ __________ + c .

(A) $x.f^{-1}(x)$

(B) $x.f(x) - g(f^{-1}(x))$

(C) $x f^{-1}(x) - g(f(x))$

(D) $x f^{-1}(x) - g(f^{-1}(x))$

$f^{-1}(x) = t$ લેતાં

$x = f(t)$

$\therefore dx = f'(t)dt$

$\therefore I = \int t \cdot f'(t)\,dt$

$= t f(t) - \int (1) f(t)\,dt$

$= t f(t) - \int f(t)\,dt$

$= t f(t) - g(t) + c$

$= x f^{-1}(x) - g(f^{-1}(x)) + c$

28) $\int e^{\cot^{-1} x}\left(1 - \dfrac{x}{1+x^2}\right)dx =$ __________ + c .

(A) $e^{\cot^{-1} x}$

(B) $\dfrac{1}{2} e^{\cot^{-1} x}$

(C) $x . e^{\cot^{-1} x}$

(D) $\dfrac{1}{2} x e^{\cot^{-1} x}$

$\cot^{-1} x = t$ લેતાં

$x = \cot t$

$\therefore dx = -\operatorname{cosec}^2 t\,dt$

$\therefore I = \int e^t \left(1 - \dfrac{\cot t}{1+\cot^2 t}\right)(-\operatorname{cosec}^2 t)\,dt$

$= \int e^t \left(\dfrac{\operatorname{cosec}^2 t - \cot t}{\operatorname{cosec}^2 t}\right)(-\operatorname{cosec}^2 t)\,dt$

$= \int e^t (\cot t - \operatorname{cosec}^2 t)\,dt$

$= e^t \cot t + c$

$= x e^{\cot^{-1} x} + c$

29) $\int \dfrac{e^x + x e^x}{\cos^2 (x e^x)}\,dx =$ __________ + c.

(A) $\cot (x e^x)$

(B) $\sec (x e^x)$

(C) $\tan (x e^x)$

(D) $\log |e^x + x e^x|$

$I = \int \dfrac{e^x(1+x)}{\cos^2(xe^x)}\,dx$

$xe^x = t$ લેતાં

$(xe^x + e^x)dx = dt$

$\therefore e^x(1+x)dx = dt$

$\therefore I = \int \dfrac{1}{\cos^2 t}\,dt = \int \sec^2 t\,dt$

$= \tan t + c$

$= \tan(xe^x) + c$

www.sironline.in

$I = \int \frac{\sin 2x}{\sin^4 x + \cos^4 x}\,dx = \int \frac{2\sin x \cdot \cos x}{\cos^4 x + \sin^4 x}\,dx = \int \frac{2\tan x \sec^2 x}{1+\tan^4 x}\,dx$ (∵ $\cos^4 x$ વડે ભાગતા)

લો $\tan^2 x = t$ તેથી $\Rightarrow 2\tan x \cdot \sec^2 x\,dx = dt$

રફ કાર્ય

$\therefore I = \int \frac{1}{1+t^2}\,dt$

$= \tan^{-1} t + c$

$= \tan^{-1}(\tan^2 x) + c$

30) $\int \frac{\sin 2x}{\sin^4 x + \cos^4 x}\,dx =$ ________ + c.

(A) $\tan^{-1}(2\tan x)$

(B) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\tan x\right)$

(C) $\tan^{-1}(\tan^2 x)$

(D) $\tan^{-1}\left(\sqrt{\tan x}\right)$

31) જો $\int \frac{(7)^{\frac{1}{x^2}}}{x^3}\,dx = k(7)^{\frac{1}{x^2}} + c$, તો k = ________.

(A) $\frac{1}{\log_e 7}$

(B) $\frac{-1}{2\log_e 7}$

(C) $\frac{1}{7}$

(D) $\frac{-1}{7\log_e 7}$

લો $\frac{1}{x^2} = t$ તેથી

$-2\frac{1}{x^3}\,dx = dt$

$\therefore \frac{1}{x^3}\,dx = -\frac{1}{2}\,dt$

$\therefore I = -\frac{1}{2}\int 7^t\,dt$

$= -\frac{1}{2}\frac{7^t}{\log_e 7} + c$

$= -\frac{1}{2\log_e 7}\cdot 7^{\frac{1}{x^2}} + c$

$\therefore k = -\frac{1}{2\log_e 7}$

www.sironline.in

32) $\int \tan^{-1} x\,dx =$ ________ + c.

(A) $\frac{1}{1+x^2}$

(B) $x\tan^{-1}x + \frac{1}{2}\log\left|\frac{\tan^{-1}x}{x^2+1}\right|$

(C) $x\tan^{-1}x + \frac{1}{2}\log\left|x^2+1\right|$

(D) $x\tan^{-1}x - \frac{1}{2}\log\left|x^2+1\right|$

$\int \tan^{-1}x \cdot 1\,dx$

$= \tan^{-1}x \cdot x - \int \frac{x}{1+x^2}\,dx$

$= x\tan^{-1}x - \frac{1}{2}\int \frac{2x}{1+x^2}\,dx$

$= x\tan^{-1}x - \frac{1}{2}\log|1+x^2| + c$

રફ કાર્ય

33) જો $\int 8^{8^{8^x}} \cdot 8^{8^x} \cdot 8^x \, dx = k \cdot 8^{8^{8^x}} + c$, તો k = ________.

(A) $(\log_e 8)^{-4}$

(B) $(\log_e 8)^{-2}$

(C) $(\log_e 8)^{-3}$

(D) $(\log_e 8)^{-1}$

34) $\int_{\pi/3}^{\pi/6} \frac{1}{1+\sqrt{\tan x}} dx =$ ________.

(A) $\frac{\pi}{2}$

(B) $\frac{\pi}{12}$

(C) $-\frac{\pi}{12}$

(D) $\frac{\pi}{4}$

35) $\int_{-1}^{1} \left(\sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{1-x+x^2}\right) dx =$ ________.

(A) -2

(B) 0

(C) 1

(D) 2

36) $\int_{100}^{2014} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{2114-x}+\sqrt{x}} dx =$ ________.

(A) $\frac{2015}{2}$

(B) 1914

(C) 1007

(D) 957

www.sironline.in

રફ કાર્ય

37) $\int_0^{\pi/2} \cos^3 x \, dx =$ ______________.

(A) 1

(B) $\frac{2}{3}$

(C) 0

(D) $\frac{8}{3}$

$= \int_0^{\pi/2} (1-\sin^2 x) \cdot \cos x \, dx$

$= \int_0^{\pi/2} \cos x \, dx - \int_0^{\pi/2} \sin^2 x \cos x \, dx$

$= \left[\sin x\right]_0^{\pi/2} - \left[\frac{\sin^3 x}{3}\right]_0^{\pi/2}$

$= 1 - 0 - \frac{1}{3}(1-0) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

38) $\int_0^4 (e^x - x) \, dx =$ ______________.

(A) e^4

(B) $e^4 - 9$

(C) $e^4 - 7$

(D) $e^4 - 8$

$= \left[e^x - \frac{x^2}{2}\right]_0^4$

$= (e^4 - 8) - (e^0 - 0)$

$= e^4 - 8 - 1$

$= e^4 - 9$

www.sironline.in

39) જો $I = \int_0^1 x(1-x)^{1/2} \, dx$ તથા $60\,I + k = 25$ હોય, તો $k =$ ________, જ્યાં $(k \in R)$.

(A) 41

(B) 9

(C) 60

(D) 25

$I = \int_0^1 (1-x)(x)^{1/2} \, dx$

$= \int_0^1 (x^{1/2} - x^{3/2}) \, dx$

$= \left[\frac{x^{3/2}}{\frac{3}{2}}\right]_0^1 - \left[\frac{x^{5/2}}{\frac{5}{2}}\right]_0^1$

$= \frac{2}{3} - \frac{2}{5} = \frac{10-6}{15} = \frac{4}{15}$

$\therefore I = \frac{4}{15}$

હવે $60I + k = 25$

$60\left(\frac{4}{15}\right) + k = 25$

$16 + k = 25$

$k = 9$

રફ કાર્ય

40) $\int_0^{6a} \frac{f(6a-x)}{f(x)+f(6a-x)}\,dx =$ ___________, (જ્યાં $a > 0$).

$I = \int_0^{6a} \frac{f(6a-x)}{f(x)+f(6a-x)}\,dx$ — (1)

(A) $\frac{a}{3}$

$\therefore I = \int_0^{6a} \frac{f(x)}{f(6a-x)+f(x)}\,dx$ — (2)

સમી (1) અને (2) નો સરવાળો કરતા

(B) $2a$

$2I = \int_0^{6a} dx = [x]_0^{6a} = 6a$

(C) a

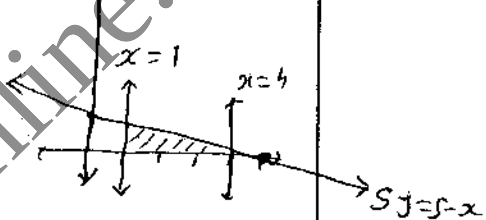
$\therefore I = 3a$

(D) $3a$

41) વક્ર $5y = 5 - x$, X- અક્ષ અને રેખાઓ $x = 1$ અને $x = 4$ વડે આવૃત્ત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ ________ થાય.

$5y = 5 - x$

$y = 1 - \frac{x}{5}$



(A) $\frac{15}{2}$

આવૃતી પરવી માંગેલ ક્ષેત્રફળ $A = |I|$

(B) $\frac{12}{5}$

જ્યાં $I = \int_1^4 \left(1 - \frac{x}{5}\right) dx$

(C) 5

$= \left[x - \frac{x^2}{10}\right]_1^4$

(D) $\frac{3}{2}$

$= \left(4 - \frac{16}{10}\right) - \left(1 - \frac{1}{10}\right)$

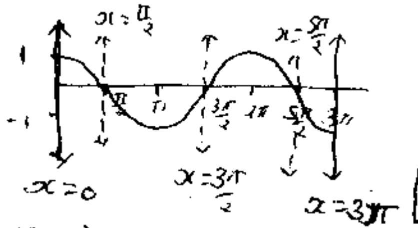
$= \frac{40-16-10+1}{10}$

$= \frac{15}{10}$

$= \frac{3}{2}$

$\therefore A = \left|\frac{3}{2}\right| = \frac{3}{2}$

42) વક્ર $y = \cos x$ ના $x = 0$ અને $x = 3\pi$ વચ્ચે આવૃત્ત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ ___________ છે.



(A) 3

(B) 2

(C) 4

(D) 6

આવૃતી પરવી માંગેલ ક્ષેત્રફળ $A = |I_1| + |I_2| + |I_3| + |I_4|$

જ્યાં $I_1 = \int_0^{\pi/2} \cos x\,dx = [\sin x]_0^{\pi/2} = 1$

$I_2 = \int_{\pi/2}^{3\pi/2} \cos x\,dx = [\sin x]_{\pi/2}^{3\pi/2} = [-1-1] = -2$

$I_3 = \int_{3\pi/2}^{5\pi/2} \cos x\,dx = [\sin x]_{3\pi/2}^{5\pi/2} = 1+1 = 2$

$I_4 = \int_{5\pi/2}^{3\pi} \cos x\,dx = [\sin x]_{5\pi/2}^{3\pi} = 0 - 1 = -1$

$\therefore A = 1+2+2+1 = 6$

www.sironline.in

રફ કાર્ય

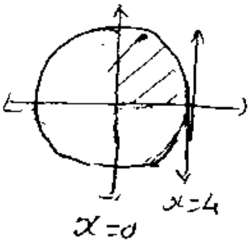
43) વર્તુળ $x^2 + y^2 = 16$ નું રેખાઓ $x = 0$ અને $x = 4$ દ્વારા પ્રથમ ચરણમાં આવૃત્ત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ ________ છે. અહીં $r^2 = 16 \Rightarrow r = 4$

(A) 2π

(B) 4π

(C) 8π

(D) 16π



આવૃતી પરથી માંગેલ ક્ષેત્રફળ $= \frac{\pi r^2}{4} = \frac{\pi(4)^2}{4} = \frac{16\pi}{4} = 4\pi$

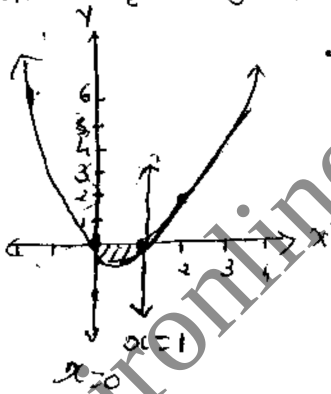
44) વક્ર $y = x^2 - x$ અને X-અક્ષ વડે આવૃત્ત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ = ________.

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $\frac{6}{5}$

(C) $\frac{5}{6}$

(D) $\frac{1}{6}$



www.sironline.in

આવૃતી પરથી માંગેલ ક્ષેત્રફળ $A = |I|$

જ્યાં $I = \int_0^1 (x^2 - x)\,dx$

$= \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1 - \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^1$

$= \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2-3}{6} = -\frac{1}{6}$

$\therefore A = \left|-\frac{1}{6}\right| = \frac{1}{6}$

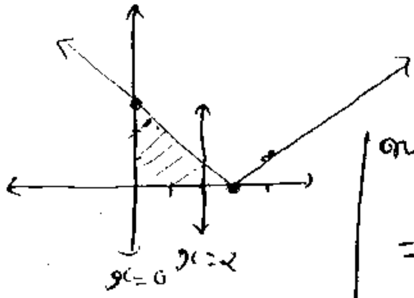
45) વક્ર $y = |x - 3|$, X-અક્ષ અને રેખાઓ $x = 0$ તથા $x = 2$ વડે આવૃત્ત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ ________ થાય.

(A) 2

(B) $\frac{3}{2}$

(C) $\frac{9}{2}$

(D) 4



આવૃતી પરથી માંગેલ ક્ષેત્રફળ $A = |I|$

જ્યાં $I = \int_0^2 |x-3|\,dx$

$= \int_0^2 (3-x)\,dx \quad (\because x<3)$

$= 3[x]_0^2 - \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^2$

$= 3(2) - 2$

$= 4$

$\therefore A = |4| = 4$

રફ કાર્ય

46) વિકલ સમીકરણ $\sqrt[3]{\frac{d^3y}{dx^3}+y}=\frac{d^2y}{dx^2}$ ની કક્ષા અને પરિમાણ અનુક્રમે __________ છે.

(A) 2, 1
(B) 3, 1
(C) 2, 3
(D) 1, 3

47) વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx}\cos^2 x+y=1$ નો સંકલ્યકારક અવયવ __________ છે.

(A) $e^{\text{cosec}\, x}$
(B) $e^{\cot x}$
(C) $e^{\sec x}$
(D) $e^{\tan x}$

www.sironline.in

48) તૃતિય કક્ષાના વિકલ સમીકરણના વ્યાપક ઉકેલમાં આવતાં સ્વૈર અચળોની સંખ્યા __________ છે.

(A) 4
(B) 0
(C) 3
(D) 2

49) ઊગમબિંદુમાંથી પસાર થતા ન હોય તેવા વક્રનો ઢાળ તેના x-યામ તથા y-યામના ગુણોત્તર જેટલો હોય તો તે __________ દર્શાવે છે.

(A) ઉપવલય
(B) લંબાતીવલય
(C) રેખા
(D) વર્તુળ

50) પરવલય $y^2 = 4x$ પરના બિંદુ $(1, -2)$ આગળના અવસ્પર્શકની લંબાઈ __________ છે.

(A) 3
(B) −2
(C) 1
(D) 2

050(G)

(MARCH, 2016)
(SEMESTER - IV)

(Part - B)

Time : 2 Hours] *[Maximum Marks : 50*

<u>સૂચનાઓ :</u>

1) સ્પષ્ટ વંચાય તેવું હસ્તલેખન જાળવવું.
2) આ પ્રશ્નપત્રના ભાગ–**B** માં ત્રણ વિભાગ છે અને કુલ **1** થી **18** પ્રશ્નો આપેલા છે.
3) બધા જ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે. આંતરિક વિકલ્પો આપેલા છે.
4) પ્રશ્નની જમણી બાજુંના અંક તેના ગુણ દર્શાવે છે.
5) નવો વિભાગ નવા પાના પર લખવો.
6) પ્રશ્નોના જવાબ ક્રમમાં લખવા.
7) વિદ્યાર્થીઓ જરૂર જણાય ત્યાં સાદા કેલ્કયુલેટર અને લૉગ ટેબલનો ઉપયોગ કરી શકશે.

www.sironline.in

<u>વિભાગ - A</u>

■ નીચે આપેલા **1** થી **8** સુધીના પ્રશ્નોના જવાબ આપો. દરેક પ્રશ્નના **2** ગુણ છે. **[16]**

1) ઉપવલય $x^2 + 2y^2 = 9$ પરનાં જે બિંદુઓએ સ્પર્શકનો ઢાળ $\frac{1}{4}$ હોય, તે બિંદુઓના યામ મેળવો. તથા અભિલંબનું સમીકરણ શોધો.

2) $\cot 46^\circ$ નું આસન્ન મૂલ્ય શોધો.

3) $\int \operatorname{cosec}^{-1} x \, dx, \ x > 1$ મેળવો.

4) $\int (ex)^x (2 + \log x) \, dx$ મેળવો.

5) સંકલનના ઉપયોગથી ઉપવલય $4x^2 + 9y^2 = 36$ થી આવૃત્ત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

અથવા

વક્રો $y = 4 - x^2$, $x = 0$, $x = 3$ અને X-અક્ષ વડે આવૃત્ત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ મેળવો.

6) જો સદિશો $\sqrt{3}\hat{i} + \hat{j}$ અને $a\hat{i} + \sqrt{3}\hat{j}$ વચ્ચેના ખૂણાનું માપ $\frac{\pi}{3}$ હોય તો a નું મૂલ્ય શોધો.

7) સદિશો (2, 3, 5) અને (2, –1, 4) બંનેને લંબ એકમ સદિશો શોધો.

8) બિંદુ (1, 2, – 4) નું રેખા $\frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+5}{6}$ થી લંબઅંતર શોધો.

અથવા

ઊગમબિંદુમાંથી સમતલ $2x - 3y + 6z + 14 = 0$ પર દોરેલ લંબની લંબાઈ તથા લંબ સદિશની દિક્કોસાઈન શોધો.

www.sironline.in

વિભાગ-B

■ **નીચે આપેલા 9 થી 14 સુધીના પ્રશ્નોના માગ્યા મુજબ જવાબ આપો. દરેક પ્રશ્નના 3 ગુણ છે.** **[18]**

9) સાબિત કરો કે $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \log(1 + \tan x)\, dx = \frac{\pi}{8}\log^2$

અથવા

સરવાળાનાં લક્ષ તરીકે $\int_{\log^3}^{\log^7} e^x\, dx$ મેળવો.

10) $\left\{(x, y) \middle| 0 \le y \le x^2,\ 0 \le y \le x+2,\ 0 \le x \le 3\right\}$ થી રચાતા પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

11) વિકલ સમીકરણ $x\frac{dy}{dx} - y + x\sin\left(\frac{y}{x}\right) = 0$ નો ઉકેલ મેળવો.

અથવા

વિકલ સમીકરણ $(1 + y^2)\, dx = (\tan^{-1} y - x)\, dy$ નો ઉકેલ મેળવો.

12) જો શૂન્યેત્તર સદિશો $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ માટે $\bar{a} \times \bar{b} = \bar{c}$ અને $\bar{b} \times \bar{c} = \bar{a}$, તો સાબિત કરો કે $|\bar{b}| = 1$.

www.sironline.in

13) સાબિત કરો કે રેખાઓ $\frac{x-3}{3} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-5}{2}$ અને $\frac{x}{6} = \frac{y-5}{-8} = \frac{z-2}{4}$ સમાંતર છે, તથા તેમાંથી પસાર થતા સમતલનું સમીકરણ મેળવો.

14) $(2, 2, -2)$ અને $(-2, -2, 2)$ માંથી પસાર થતા તથા સમતલ $2x - 3y + z - 7 = 0$ ને લંબ સમતલનું સમીકરણ મેળવો.

વિભાગ-C

■ **નીચે આપેલા 15 થી 18 સુધીના પ્રશ્નોના માગ્યા મુજબ જવાબ આપો. દરેક પ્રશ્નના 4 ગુણ છે.** **[16]**

15) વક્રો $y = 1 + x^2$ તથા $y + x^2 - 1 = 0$ ના સામાન્ય સ્પર્શકનું સમીકરણ તથા સ્પર્શબિંદુના યામ મેળવો.

16) $\int \frac{\cot\theta + \cot^3\theta}{1+\cot^3\theta}.d\theta$ મેળવો.

અથવા

$\int (x-12)\sqrt{x^2+x+3}.dx$ મેળવો.

17) જો $I_n = \int_0^{\pi/4} \tan^n x \, dx$, તો સાબિત કરો કે $(n+2014)\left(I_{n+2013} + I_{n+2015}\right) = 1$.

18) એક કિરણોત્સર્ગી પદાર્થના વિઘટનનો દર તેના તે સમયના જથ્થાના સમપ્રમાણમાં છે. જો વિઘટન શરૂ થયાના 1 કલાક બાદ પદાર્થનો જથ્થો 90 ગ્રામ હોય અને 2 કલાક બાદ આ જથ્થો 60 ગ્રામ હોય, તો શરૂઆતમાં પદાર્થનો મૂળ જથ્થો કેટલો હશે તે શોધો.

www.sironline.in