This Question Paper contains 20 printed pages.

Sl.No.

# 050(G)

**(OCTOBER, 2016)**

**(SEMESTER - III)**

ગણિત - 2016

| પ્રશ્ન પેપરનો સેટ નંબર Set No. of Question Paper: |
|---|
| **07** |

***Time : 2½ Hours]*** ***[Maximum Marks : 100***

સૂચનાઓ :

1) પ્રશ્નપત્રમાં કુલ 64 પ્રશ્નો છે. બધા જ પ્રશ્નો ફરજીયાત છે.
2) જમણીબાજુના અંક પ્રશ્નોના ગુણ દર્શાવે છે.
3) કાળજીપૂર્વક અભ્યાસ કરી સાચો વિકલ્પ પસંદ કરીને વિકલ્પ લખો.
4) આપને અલગથી આપેલ OMR પત્રકમાં જે તે પ્રશ્ન નંબર સામે (A) O, (B) O, (C) O, (D) O આપેલા છે. તે પ્રશ્નનો જે જવાબ સાચો હોય તેના વિકલ્પ પરના વર્તુળને પેનથી પૂર્ણ ઘટ્ટ ● કરવાનું રહેશે. એકથી વધુ વર્તુળમાં આપેલ જવાબ અમાન્ય(ખોટો) ગણાશે.
5) રફ કાર્ય હેતુ આ ટેસ્ટ બુકલેટમાં આપેલી જગ્યા પર કરવાનું રહેશે.
6) જવાબ લખતાં પહેલા પ્રશ્નોને ધ્યાનપૂર્વક વાંચી લેવા.
7) પ્રશ્નપત્રકમાં ઉપરની જમણી બાજુમાં આપેલા પ્રશ્નપત્રક સેટ નં. ને OMR પત્રકમાં આપેલી જગ્યામાં લખવાનો રહેશે.

www.sironline.in

1) જો $\cot^{-1}\left(\frac{1}{x+1}\right)+\cot^{-1}\left(\frac{1}{x-1}\right)=\cot^{-1}\frac{31}{8}$ હોય તો $x$ ની કિંમતોનો ગણ= ______ **[2]**

(A) $\left\{\frac{1}{4}\right\}$ (B) $\left\{-8,\frac{1}{4}\right\}$

(C) $\{-8\}$ (D) $\phi$

$\therefore \tan^{-1}(x+1)+\tan^{-1}(x-1)=\tan^{-1}\frac{8}{31}$

$\therefore \tan^{-1}\left(\frac{x+1+x-1}{1-(x^2-1)}\right)=\tan^{-1}\frac{8}{31}$

$\therefore \tan^{-1}\left(\frac{2x}{2-x^2}\right)=\tan^{-1}\frac{8}{31}$

$\therefore \frac{2x}{2-x^2}=\frac{8}{31}$

$\therefore 62x=16-8x^2$

રફ કાર્ય

$8x^2+62x-16=0$

$4x^2+31x-8=0$

$4x^2+32x-x-8=0$

$4x(x+8)-1(x+8)=0$

$(x+8)(4x-1)=0$

$\therefore x=-8$ અથવા $x=\frac{1}{4}$

હવે $x=\frac{1}{4}$ સમી (1) માં મુકતા

$\cot^{-1}\left(\frac{1}{\frac{1}{4}+1}\right)+\cot^{-1}\left(\frac{1}{\frac{1}{4}-1}\right)$

$=\cot^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)+\cot^{-1}\left(-\frac{4}{3}\right)$

$=\tan^{-1}\frac{5}{4}+\pi-\cot^{-1}\frac{4}{3}$

$=\pi+\tan^{-1}\frac{5}{4}-\tan^{-1}\frac{3}{4}$

$=\pi+\tan^{-1}\left(\frac{\frac{5}{4}-\frac{3}{4}}{1+\frac{5}{4}\cdot\frac{3}{4}}\right)$

$=\pi+\tan^{-1}\left(\frac{20-12}{16+15}\right)$

$=\pi+\tan^{-1}\left(\frac{8}{31}\right)$

$=\pi+\cot^{-1}\frac{31}{8}\neq\cot^{-1}\frac{31}{8}$

$\therefore x=\frac{1}{4}$ ઉકેલ નથી

$\therefore$ ઉકેલ માત્ર $x=-8$ છે

$\therefore$ ઉકેલગણ $=\{-8\}$

2) $D=\begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 \\ -3 & 7 & 1 \\ 5 & -3 & 4 \end{vmatrix}$ ના ઘટકોના સહઅવયવોથી બનતા નિશ્ચાયકનું મૂલ્ય ——— છે. [2]

$D = 2(28+3) - 1(-12-5) - 2(9-35)$
$= 62 + 17 + 52$
$= 131$

(A) 3025
(B) 131
(C) 17161
(D) 55

હવે સહઅવયવોથી બનતા નિશ્ચાયકનું મૂલ્ય D ના મૂલ્યનો વર્ગ થાય

∴ સહઅવયવોથી બનતા નિશ્ચાયકનું મૂલ્ય = $(131)^2 = 17161$

3) જો $\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 \\ 1+y & 1+2y & 1 \\ 1+z & 1+z & 1+3z \end{vmatrix} = Axyz\left(B+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)$ તો A + B = ———. [2]

(A) 3
(B) 5
(C) 6
(D) 2

4) જો $\begin{bmatrix} x-1 & 2y \\ x+y & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3x-7 & y^2-3 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$ તો $\{(x, y)\}$ = ———. [2]

(A) { }
(B) {(3, –1), (3, 3)}
(C) {(3, –1)}
(D) { (3, 3)}

$x-1 = 3x-7$, $2x = 6$, $x = 3$ તથા $x+y=6$, $3+y=6$, ∴ $y=3$. આમ $\{(x,y)\} = \{(3,3)\}$

5) જો $x = at^2$, $y = 2at$ તો $y_2$ = ———(જ્યાં $t \neq 0$). [2]

(A) $-\frac{1}{2at^3}$
(B) $-\frac{1}{t^2}$
(C) $\frac{1}{t}$
(D) $\frac{1}{2at^3}$

$\frac{dx}{dt} = 2at$, $\frac{dy}{dt} = 2a$

$y_1 = \frac{dy/dt}{dx/dt} = \frac{2a}{2at} = \frac{1}{t}$

$y_2 = \frac{d}{dx}(y_1) = \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{t}\right) = -t^{-2}\cdot\frac{dt}{dx} = -\frac{1}{t^2}\cdot\frac{1}{2at} = \frac{-1}{2at^3}$

રફ કાર્ય

www.sironline.in

6) $\frac{d}{dx}\tan^{-1}\left(\frac{x}{1+6x^2}\right) =$ ______. **[2]**

(A) $\frac{3}{1+9x^2}+\frac{2}{1+4x^2}$

(B) $\frac{1}{1+9x^2}-\frac{1}{1+4x^2}$

(C) $\frac{3}{1+9x^2}-\frac{2}{1+4x^2}$

(D) $\frac{(1+6x^2)^2}{1+7x^2}$

7) જો $f'(x)=x^2+2x$ તો $\int f(x)\,dx =$ ______ જ્યાં $c$ અને $k$ સ્વૈર અચળ છે. **[2]**

(A) $\frac{x^4}{12}-\frac{x^3}{3}-cx+k$

(B) $\frac{x^4}{12}+\frac{x^3}{3}+cx+k$

(C) $\frac{x^4}{12}+\frac{x^3}{6}+cx+k$

(D) $-\frac{x^4}{12}-\frac{x^3}{3}+cx+k$

8) ધારો કે યાદચ્છિક ચલ X એ પ્રચલો $n = 6$ અને $p$ સાથેનું દ્વિપદી વિતરણ છે. જો $9P(X = 4) = P(X = 2)$ તો $p =$ ______. **[2]**

(A) $\frac{1}{4}$

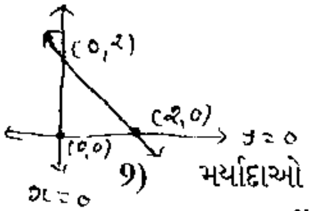
(B) $\frac{1}{9}$

(C) 1

(D) $\frac{3}{4}$

રફ કાર્ય

www.sironline.in



9) મર્યાદાઓ $x+y\leq 2, x\geq 0, y\geq 0$ ને આધીન હેતુલક્ષી વિધેય $z=3x+2y$ ની ન્યૂનત્તમ કિંમત તથા મહત્તમ કિંમત ——— છે. [2]

(A) 4, 7 (B) 4, 6

(C) 0, 4 (D) 0, 6

10) ગણિતની એક પરીક્ષામાં બે પ્રકારના પ્રશ્નોના જવાબો ટૂંકમાં અને મુદ્દાસર આપવાના હોય છે. નીચેના કોષ્ટકમાં આ સંબંધી માહિતી આપેલ છે. [2]

| પ્રશ્નનો પ્રકાર | ઉકેલવા માટે સમય | ગુણભાર | પ્રશ્નોની સંખ્યા |
|---|---|---|---|
| ટૂંક જવાબી | 5 મિનિટ | 3 | 10 |
| મુદ્દાસર પ્રકાર | 10 મિનિટ | 5 | 14 |

કુલ ગુણ 100 છે. વિદ્યાર્થી બધાજ પ્રશ્નોના જવાબ આપી શકે છે. મહત્તમ ગુણ મેળવવા માટે વિદ્યાર્થી $x$ પ્રશ્નો ટૂંક જવાબી અને $y$ પ્રશ્નો મુદ્દાસર પ્રકારના જવાબ ત્રણ કલાકમાં આપે છે. $x\geq 0$, $y\geq 0$ સિવાયની મર્યાદાઓ ———.

(A) $5x+10y\leq 180, x\leq 10, y\leq 14$

(B) $5x+10y\geq 3, x\geq 10, y\geq 14$

(C) $5x+10y\leq 3, x\leq 10, y\leq 14$

(D) $5x+10y\geq 180, x\leq 10, y\leq 10$

11) $f:(1,\infty)\rightarrow(1,\infty), f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$ તો $(fo(fof))(x)=$ ———. [3]

(A) $\frac{x}{\sqrt{2x^2-1}}$ (B) $\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$

(C) $\frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ (D) $\frac{x+1}{\sqrt{2x^2-1}}$

રફ કાર્ય

www.sironline.in

12) જો $\begin{vmatrix} x & 4 & 6 \\ 2 & 3 & -9 \\ 5 & 6 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 5 & 6 & 1 \\ 6 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & -9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 3 & -9 \\ 1-2x & -8 & -11 \\ 5 & 6 & 1 \end{vmatrix}$ તો $x =$ ______. [3]

(A) $-\frac{5}{3}$ (B) $-7$ ઉકેલ માટે જુઓ પાનું - 19

(C) 7 (D) $\frac{5}{3}$

13) જો $y=(\cos^{-1}x)^2$ તો $(1-x^2)\,y_2 + pxy_1 + q = 0$ છે. તો $p + q =$ ______. [3]

(A) $-1$ (B) 3

(C) $-3$ (D) 0

ધારો $y = (\cos^{-1}x)^2$

$\therefore y_1 = 2(\cos^{-1}x)\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$

$\therefore y_1^2 = \frac{4(\cos^{-1}x)^2}{1-x^2}$

$\therefore (1-x^2)y_1^2 = 4y$

$\therefore (1-x^2)2y_1y_2 - 2xy_1^2 = 4y_1$

$\therefore (1-x^2)y_2 - xy_1 = 2$

$\therefore (1-x^2)y_2 - xy_1 - 2 = 0$

$\therefore$ અહીં $p = -1$ અને $q = -2$

$\therefore p + q = -1 - 2 = -3$

$\therefore$ Ans $= -3$

14) $\int \sin^2 x \cos^4 x \, dx = \frac{1}{96}[px + q\sin 2x + r\sin 4x - \frac{1}{2}\sin 6x] + c$ તો $p + q + r =$ ___. [3]

(A) 24 ઉકેલ માટે જુઓ પાનું - 19

(B) 6

(C) 12

(D) 18

15) $\int \frac{2x+3}{3x^2+4x+5}dx = p\log|3x^2+4x+5| + q\tan^{-1}\left(\frac{3x+2}{\sqrt{11}}\right) + c$

તો $p^2 + q^2 =$ ______. [3]

(A) $\frac{3}{11}$ (B) $\frac{2}{11}$

(C) $\frac{4}{11}$ (D) $\frac{1}{11}$

રફ કાર્ય

$\int \frac{2x+3}{3x^2+4x+5}dx = \int \frac{\frac{1}{3}(6x+4)+3-\frac{4}{3}}{3x^2+4x+5}dx = \frac{1}{3}\int \frac{6x+4}{3x^2+4x+5}dx + \frac{5}{3}\int \frac{1}{3x^2+4x+5}dx$

$= \frac{1}{3}\log|3x^2+4x+5| + \frac{5}{9}\int \frac{1}{x^2+\frac{4}{3}x+\frac{5}{3}}dx$

$= \frac{1}{3}\log|3x^2+4x+5| + \frac{5}{9}\int \frac{dx}{(x^2+\frac{4}{3}x+\frac{4}{9})+\frac{5}{3}-\frac{4}{9}}$

$= \frac{1}{3}\log|3x^2+4x+5| + \frac{5}{9}\int \frac{dx}{(x+\frac{2}{3})^2+\frac{11}{9}}$

$= \frac{1}{3}\log|3x^2+4x+5| + \frac{5}{9}\cdot\frac{1}{\frac{\sqrt{11}}{3}}\tan^{-1}\left(\frac{x+\frac{2}{3}}{\frac{\sqrt{11}}{3}}\right)+c$

$= \frac{1}{3}\log|3x^2+4x+5| + \frac{5}{3\sqrt{11}}\tan^{-1}\left(\frac{3x+2}{\sqrt{11}}\right)+c$

$\therefore p = \frac{1}{3}$, $q = \frac{5}{3\sqrt{11}}$

$\therefore p^2+q^2 = \frac{1}{9}+\frac{25}{99} = \frac{11+25}{99} = \frac{36}{99} = \frac{4}{11}$



www.sironline.in

16) બે સમતોલ પાસા 500 વખત ઉછાળવામાં આવે છે. જો પાસા પર મળતા પૂર્ણાંકોનો સરવાળો 9 થાય તેને સફળતા ગણવામાં આવે તો સફળતાની સંખ્યાનો મધ્યક અને વિચરણ અનુક્રમે ———— અને ———— છે. [3]

(A) $\frac{1}{9}$ અને $\frac{8}{9}$

(B) $\frac{4000}{81}$ અને $\frac{500}{9}$

(C) $\frac{500}{9}$ અને $\frac{4000}{81}$

(D) $\frac{500}{9}$ અને $\frac{4000}{9}$

અહીં $n = 500$

સરવાળો 9 થાય તેને સફળતા ગણતા સફળતાની સંભાવના

$p = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$ (કારણ કે 36 પ્રકારે પરીણામ મળે જેમાં 4 માં સરવાળો 9 થાય (3,6),(4,5),(5,4),(6,3))

$q = 1 - p = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$

∴ મધ્યક $= np = 500 \times \frac{1}{9} = \frac{500}{9}$

વિચરણ $= npq = 500 \times \frac{1}{9} \times \frac{8}{9} = \frac{4000}{81}$

17) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ માટે $A^3 - 2A^2 + KA - 4I_3 = 0$ હોય તો K = ———— [4]

(A) −7 (B) −5

(C) 5 (D) 7

ઉકેલ માટે જુઓ પાનું-20

18) $\frac{d}{dx}\left(e^{\tan^{-1}x + \cot^{-1}x} + \frac{x}{2}\sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\frac{x}{a}\right) = $ ————. [4]

(A) $\sqrt{a^2 - x^2}$ (B) $\sqrt{x^2 - a^2}$

(C) $\frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}}$ (D) $\sqrt{x^2 + a^2}$

www.sironline.in

રફ કાર્ય

$= \frac{d}{dx}\left(e^{\frac{\pi}{2}} + \frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\frac{x}{a}\right)$

$= 0 + \frac{x}{2}\cdot\frac{(-2x)}{2\sqrt{a^2-x^2}} + \frac{\sqrt{a^2-x^2}}{2} + \frac{a^2}{2}\frac{1}{\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}}\cdot\frac{1}{a}$

$= \frac{-x^2 + a^2 - x^2}{2\sqrt{a^2-x^2}} + \frac{a^2}{2\frac{\sqrt{a^2-x^2}}{a}}\cdot\frac{1}{a}$

$= \frac{a^2 - 2x^2 + a^2}{2\sqrt{a^2-x^2}}$

$= \frac{2a^2 - 2x^2}{2\sqrt{a^2-x^2}}$

$= \frac{2(a^2-x^2)}{2\sqrt{a^2-x^2}}$

$= \sqrt{a^2-x^2}$

19) સીમિત શક્ય ઉકેલના પ્રદેશના શિરોબિંદુઓના યામ (0, 1), (0, 7), (2, 7), (6, 3), (6, 0) અને (1, 0) છે. હેતુલક્ષી વિધેય $Z = 3x - y$ માટે... **[4]**

(i) Z ની ન્યૂનત્તમ કિંમત કયા શિરોબિંદુએ મળે છે ?

(ii) Z ની મહત્તમ કિંમત કયા શિરોબિંદુએ મળે છે ?

(iii) Z ની મહત્તમ કિંમત ———— છે.

(iv) Z ની ન્યૂનત્તમ કિંમત ———— છે.

(0,1) માટે Z = 0 − 1 = −1
(0,7) માટે Z = 0 − 7 = −7
(2,7) માટે Z = 6 − 7 = −1
(6,3) માટે Z = 18 − 3 = 15
(6,0) માટે Z = 18 − 0 = 18

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| (A) | (i) | (0, 7) | (ii) | (6, 0) | (iii) | 18 | (iv) | −7 |
| (B) | (i) | (0, 1) | (ii) | (6, 3) | (iii) | 18 | (iv) | −1 |
| (C) | (i) | (2, 7) | (ii) | (6, 3) | (iii) | 20 | (iv) | −1 |
| (D) | (i) | (0, 7) | (ii) | (6, 0) | (iii) | 15 | (iv) | −7 |

20) $f: z \to z, f(x) = 4x + 5$ તો $f^{-1}(x) =$ ————. **[1]**

(A) $\frac{x-5}{4}$  (B) $\frac{1}{4x+5}$

(C) $5x + 4$  (D) અસ્તિત્વ નથી.

21) $z$ પર $a * b = a^2 + b^2 + ab - 2$ હોય તો $3 * 4 =$ ————. **[1]**

(A) 39  (B) 35

(C) 25  (D) 41

$3*4 = (3)^2 + (4)^2 + (3)(4) - 2 = 9 + 16 + 12 - 2 = 35$

22) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ $B = \{y_1, y_2, ----, y_m\}$ જો $f: A \to B$ વ્યાપ્ત હોય તો $m =$ ———— ન હોઈ શકે. **[1]**

(A) 5  (B) 4

(C) 3  (D) 7

રફ કાર્ય

www.sironline.in

23) $f:R \to R$, $f(x-2) = x^2+2x+3$ હોય તો $f(x) =$ ______ . [1]

(A) $x^2+6x+18$ (B) $x^2+6x+11$

(C) $x^2-6x+11$ (D) $x^2+6x+9$

24) ગણ {3, 5, 7} પર દ્વિક્ ક્રિયાઓની કુલ સંખ્યા ______ છે. [1]

(A) $2^3$ (B) $3^9$

(C) $2^9$ (D) $3^2$

25) $\cos\left(3\cos^{-1}\frac{1}{3}\right) =$ ______ . [1]

(A) $\frac{-23}{27}$ (B) $\frac{24}{27}$

(C) $\frac{31}{27}$ (D) $\frac{23}{27}$

26) $\tan^2(\sec^{-1}2)+\cot^2(\text{cosec}^{-1}5) =$ ______ . [1]

(A) 31 (B) 29

(C) –27 (D) 27

27) $\sin^{-1}$ નો પ્રદેશ ગણ ______ છે. [1]

(A) $[0,\pi]$ (B) R

(C) [–1, 1] (D) $\left[\frac{-\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$

રફ કાર્ય

www.sironline.in

28) $\cos^2\left(\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{2}}\right)+\sin^2\left(\cos^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\tan^2\left(\tan^{-1}1\right) =$ ________. [1]

$= \cos^2\left(\frac{\pi}{4}\right)+\sin^2\left(\frac{\pi}{6}\right)+\tan^2\left(\frac{\pi}{4}\right) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2+(1)^2$

(A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{7}{4}$ $= \frac{1}{2}+\frac{1}{4}+1 = \frac{2+1+4}{4} = \frac{7}{4}$

(C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{7}{2}$

29) $3\tan^{-1}\frac{1}{3} =$ ________ [1]

$3\tan^{-1}\frac{1}{3} = \tan^{-1}\frac{1}{3}+\tan^{-1}\frac{1}{3}+\tan^{-1}\frac{1}{3}$
$= \tan^{-1}\frac{1}{3}+\tan^{-1}\left(\frac{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}}\right)$
$= \tan^{-1}\frac{1}{3}+\tan^{-1}\left(\frac{3+3}{9-1}\right)$
$= \tan^{-1}\frac{1}{3}+\tan^{-1}\frac{6}{8}$
$= \tan^{-1}\frac{1}{3}+\tan^{-1}\frac{3}{4}$
$= \tan^{-1}\left(\frac{\frac{1}{3}+\frac{3}{4}}{1-\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{4}}\right)$
$= \tan^{-1}\left(\frac{4+9}{12-3}\right)$
$= \tan^{-1}\frac{13}{9}$

(A) $\frac{13}{9}$ (B) $\tan^{-1}\frac{3}{4}$

(C) $\tan^{-1}\frac{1}{27}$ (D) $\tan^{-1}\frac{13}{9}$

30) $\sin^{-1}\left(\sin\frac{2\pi}{3}\right)+\tan^{-1}\left(\tan\frac{3\pi}{4}\right)$ ની કિંમત ________ છે. [1]

$= \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\tan^{-1}(-1) = \frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4} = \frac{4\pi-3\pi}{12} = \frac{\pi}{12}$

(A) $\frac{17\pi}{12}$ (B) $\frac{7\pi}{12}$

(C) $\frac{\pi}{12}$ (D) $\frac{5\pi}{12}$

www.sironline.in

રફ કાર્ય

31) $\begin{vmatrix} 2\sin\frac{\pi}{3} & 1 & 0 \\ 1 & 2\sin\frac{\pi}{3} & 1 \\ 0 & 1 & 2\cos\frac{\pi}{6} \end{vmatrix} =$ ______ [1]

(A) $\sqrt{3}$  (B) $-1$

(C) $1$  (D) $2\sqrt{3}+1$

32) (−7, 8) અને (5, 2) બિંદુઓમાંથી પસાર થતી રેખાનું સમીકરણ ——— થાય. [1]

(A) $5x - y - 27 = 0$  (B) $x - 2y + 9 = 0$

(C) $x + 2y - 9 = 0$  (D) $5x + y - 27 = 0$

33) જો $\frac{5}{m}+\frac{2}{n}=9$ અને $\frac{3}{m}+\frac{4}{n}=11$ તથા $mn \neq 0$ છે. તો $m$ અને $n$ અનુક્રમે ——— છે. [1]

(A) 1 અને $-\frac{1}{2}$  (B) −1 અને $\frac{1}{2}$

(C) 1 અને $\frac{1}{2}$  (D) −1 અને $-\frac{1}{2}$

34) A ચોરસ શ્રેણિક હોય તો $A - A^T$ એ ——— શ્રેણિક છે. [1]

(A) વિસંમિત  (B) સંમિત

(C) વિકર્ણ  (D) અદિશ

રફ કાર્ય

www.sironline.in

35) જો $A=\begin{bmatrix}2x & 0\\ x & x\end{bmatrix}$ અને $A^{-1}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ -1 & 2\end{bmatrix}$ હોય તો $x =$ ________. [1]

(A) 1 (B) $-\frac{1}{2}$

(C) 2 (D) $\frac{1}{2}$

36) જો $A=\begin{bmatrix}\alpha & 2\\ 2 & \alpha\end{bmatrix}$ તથા $|A^3| = 125$ તો $\alpha =$ ________. [1]

(A) $\pm 3$ (B) $\pm 2$

(C) $\pm 1$ (D) $\pm 5$

37) સમીકરણ સંહતિ $ax - y + 2 = 0$ , $x + ay + 3 = 0$ ને અનન્ય ઉકેલ હોય તો $a$ ની કિંમતોનો ગણ ________ છે. [1]

(A) R (B) $\{-1\}$

(C) $\phi$ (D) $R - \{-1\}$

38) જો $A=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix}$ તો $A^{100} =$ ________. [1]

(A) $2^{99}.A$ (B) $2^{100}A$

(C) 100A (D) 99A

39) જો $A=\begin{bmatrix}5x & 10\\ 8 & 7\end{bmatrix}$ અને $|A| = 25$ તો $x =$ ________. [1]

(A) 3 અને –3 (B) 3

(C) –3 (D) 3 અથવા –3

રફ કાર્ય

www.sironline.in

40) $\frac{d}{dx}\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 =$ ________. [1]

$2\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{2x\sqrt{x}}\right)$

$= 2\left(\frac{x+1}{\sqrt{x}}\right)\left(\frac{x-1}{2x\sqrt{x}}\right) = \frac{x^2-1}{x^2} = 1-\frac{1}{x^2}$

(A) $1-\frac{1}{x^2}$ (B) $1+\log x$

(C) $1+\frac{1}{x^2}$ (D) $2x-\frac{2}{x^3}$

41) $\frac{d}{dx}(\sin(x^2)+\cos(x^2)) =$ ________. [1]

(A) $2x(\cos(x^2)-\sin(x^2))$

(B) $2\cos 2x$

(C) 0

(D) $\cos(x^2)-\sin(x^2)$

$= \cos(x^2)2x - \sin(x^2)2x$

$= 2x(\cos(x^2)-\sin(x^2))$

42) $f(x)=x^2-5x+6, x\in[2,3]$ માટે રોલના પ્રમેયનો ઉપયોગ કરતાં C = ________. [1]

અહીં $f(2)=0=f(3)$

$\therefore c\in(2,3)$ અને ∃ જેથી $f'(c)=0$ થાય

હવે $f'(x)=2x-5$

$\therefore f'(c)=2c-5=0$

$\therefore c=\frac{5}{2}$

(A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{5}{2}$

(C) $\frac{7}{2}$ (D) $\frac{11}{2}$

43) $f(x)=3\sin x-4\sin^3 x$ હોય તો $f'\left(\frac{\pi}{3}\right) =$ ________. [1]

(A) 0 (B) $-3$

(C) 3 (D) $\frac{3}{2}$

---

રફ કાર્ય

$\therefore f'(x) = 3\cos x - 12\sin^2 x\cos x$

$\therefore f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = 3\cos\frac{\pi}{3} - 12\sin^2\frac{\pi}{3}\cdot\cos\frac{\pi}{3}$

$= 3\cdot\frac{1}{2} - 12\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2} = \frac{3-9}{2} = -\frac{6}{2} = -3$

www.sironline.in

$= \int \frac{2\sin^2\frac{x}{2}}{4\sin^2\frac{x}{2}\cdot\cos^2\frac{x}{2}}dx = \frac{1}{2}\int \sec^2\frac{x}{2}\,dx$

$= \frac{1}{2}\frac{\tan\frac{x}{2}}{\frac{1}{2}} + c$

$= \tan\frac{x}{2} + c$

44) $\int \frac{1-\cos x}{\sin^2 x}dx$ = ________ + c. [1]

(A) $\frac{1}{2}\tan\frac{x}{2}$ (B) $\cot\frac{x}{2}$

(C) $\tan\frac{x}{2}$ (D) $2\tan\frac{x}{2}$

45) $\int (\sin x)^{2013} (\sec x)^{2015} dx$ = ________ + c. [1]

(A) $\frac{(\tan x)^{2015}}{2015}$ (B) $\frac{(\tan x)^{2014}}{2014}$

(C) $\frac{(\tan x)^{2013}}{2013}$ (D) $\frac{(\tan x)^{2}}{3}$

$= \int \sin^{2013}x \cdot \sec^{2013}x \cdot \sec^2 x\,dx$

$= \int \tan^{2013}x \cdot \sec^2 x\,dx$

$= \frac{\tan^{2014}x}{2014} + c$

46) $\int \frac{1}{\sin^2 x\cos^2 x}dx$ = ________ + c. $= \int \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}dx$ [1]

(A) $\cot x - \tan x$ (B) $\tan x - \cot x$

(C) $\tan x + \cot x$ (D) $-\tan x - \cot x$

$= \int (\sec^2 x + \operatorname{cosec}^2 x)dx$

$= \tan x - \cot x + c$

47) $\int \frac{x+2}{x^2+4x+7}dx$ = ________ + c. $= \frac{1}{2}\int \frac{2x+4}{x^2+4x+7}dx$ [1]

(A) $\frac{1}{2}\log\sqrt{|x^2+4x-7|}$ (B) $\log\sqrt{|x^2+4x-7|}$

(C) $\frac{1}{2}(x^2+4x-7)^2$ (D) $\log|x^2+4x-7|$

$= \frac{1}{2}\log|x^2+4x+7| + c$

વિકલ્પો

કોઈ પણ જવાબ સાચો જણાતો નથી

રફ કાર્ય

www.sironline.in

48) $\int e^{x\log b}.e^{x}\,dx =$ ________ $+ c.$ [1]

(A) $\dfrac{e^x}{\log(be)}$

(B) $\dfrac{(be)^x}{1+\log b}$

(C) $b^x e^x$

(D) $\dfrac{(be)^x}{\log b}$

49) $\int \dfrac{\cos x}{(1-9\sin x)^{1/3}}dx = A(1-9\sin x)^{B} + C$ તો $A + B =$ ________ (જ્યાં $\sin x < \dfrac{1}{9}$). [1]

(A) $\dfrac{2}{3}$

(B) $\dfrac{1}{2}$

(C) $-\dfrac{1}{2}$

(D) $\dfrac{-2}{3}$

50) જો $P(A) = 0.30$, $P(B) = 0.40$ અને $P(A \cup B) = 0.60$ તો $P\left(\dfrac{B}{A}\right) =$ ________. [1]

(A) $\dfrac{4}{3}$

(B) $\dfrac{1}{3}$

(C) $\dfrac{2}{3}$

(D) $\dfrac{1}{2}$

રફ કાર્ય

www.sironline.in

51) નવા ખરીદેલ મોબાઈલ અને લેપટોપ 8 વર્ષ પછી ચાલું સ્થિતિમાં હોય તેની સંભાવના અનુક્રમે $\frac{7}{12}$ અને $\frac{7}{9}$ છે. બંને સાધનો 8 વર્ષ પછી ચાલું સ્થિતિમાં ન હોય તેની સંભાવના ——— હોય. [1]

(A) $\frac{14}{54}$

(B) $\frac{49}{108}$

(C) $\frac{5}{54}$

(D) $\frac{14}{108}$

52) એક સમતોલ પાસાને વારાફરતી ત્રણ વખત ઉછાળવામાં આવે છે. ત્રણેય વખત પાસા પરનો ક્રમાંક સમાન આવે તેની સંભાવના ——— છે. [1]

(A) $\frac{1}{18}$

(B) $\frac{1}{36}$

(C) $\frac{1}{6}$

(D) $\frac{1}{216}$

53) એક સમતોલ પાસાને ચાર વખત ઉછાળવામાં આવે છે. એક પણ વખત 5 ન આવે તેની સંભાવના ——— છે. [1]

(A) $\frac{625}{1296}$

(B) $\frac{1}{6}$

(C) $\frac{1}{1296}$

(D) $\frac{5}{6}$

રફ કાર્ય

www.sironline.in

54) જો A અને B એવી બે ઘટનાઓ છે જ્યાં $P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A)$ તો ——. [1]

(A) $P\left(\frac{B}{A}\right)=0$ (B) $P\left(\frac{A}{B}\right)=1$

(C) $P\left(\frac{B}{A}\right)=1$ (D) $P\left(\frac{A}{B}\right)=0$

55) જો $6\,P(A) = 9\,P(B) = 15\,P(A \cap B) = 1$ તો $P\left(\frac{B}{A}\right) =$ ——————. [1]

(A) $\frac{7}{10}$ (B) $\frac{2}{5}$

(C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{19}{60}$

56) નિશાન તાકવાની હરીફાઈમાં એક માણસ નિશાન તાકવાની સંભાવના $\frac{2}{5}$ છે. જો તે 5 વખત નિશાન તાકે તો બે વખત નિશાન લાગે એની સંભાવના ——————. [1]

(A) 0.0864 (B) 0.1152

(C) 0.3456 (D) 0.1728

57) યાદચ્છિક ચલ X નું સંભાવના વિતરણ નીચે મુજબ છે. [1]

| X = x | –2 | –1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| P (x) | $\frac{1}{10}$ | K | $\frac{1}{5}$ | 2K | $\frac{3}{10}$ | K |

તો K ની કિંમત —————— છે.

(A) $\frac{3}{10}$ (B) $\frac{2}{10}$

(C) $\frac{1}{10}$ (D) $\frac{7}{10}$

રફ કાર્ય

www.sironline.in

58) સુરેખ આયોજનના પ્રશ્નનો શક્ય ઉકેલ, [1]

(A) હંમેશા શક્ય ઉકેલના પ્રદેશનું શિરોબિંદુ હોય જ.

(B) અમુક જ મર્યાદાઓનું સમાધાન કરે.

(C) બધીજ મર્યાદાઓનું સમાધાન કરે છે.

(D) હંમેશા હેતુલક્ષી વિધેયનું ઈષ્ટતમપણાનું મૂલ્ય હોય જ.

59) હેતુલક્ષી વિધેયનું ઈષ્ટતમ મૂલ્ય કયા બિંદુએ પ્રાપ્ત થાય છે ? [1]

(A) શક્ય ઉકેલ પ્રદેશના શિરોબિંદુ આગળ

(B) અસમતા સમીકરણના ફક્ત X-અક્ષ સાથેના છેદબિંદુએ

(C) અસમતા સમીકરણના અક્ષો સાથેના છેદબિંદુએ

(D) ઊગમબિંદુએ

60) $f: R-\left\{\frac{-2}{3}\right\} \rightarrow R-\left\{\frac{2}{3}\right\}$ $f(x)=\frac{2x+3}{3x+2}$ માટે $f^{-1}(x)=$ ______. [2]

(A) $\frac{2-3x}{2x-3}$

(B) $\frac{2x-3}{2-3x}$

(C) $\frac{2x-3}{3x-2}$

(D) અસ્તિત્વ નથી.

www.sironline.in

61) $f:[-1,1]\rightarrow[-1,1], f(x)=x|x|$ વિધેય ______. [2]

(A) એક-એક નથી અને વ્યાપ્ત છે.

(B) એક-એક છે અને વ્યાપ્ત નથી.

(C) એક-એક છે અને વ્યાપ્ત છે.

(D) એક-એક નથી અને વ્યાપ્ત નથી.

રફ કાર્ય

62) $R - \{-1\}$ પર $a*b = \dfrac{a}{b+1}$ હોય તો $\dfrac{1}{2}*\left(\dfrac{1}{3}*\dfrac{1}{4}\right)$ = ———. [2]

(A) $\dfrac{30}{19}$ (B) $\dfrac{15}{19}$

(C) $\dfrac{3}{8}$ (D) $\dfrac{15}{38}$

63) જો $\cot^{-1}\dfrac{1}{x}+\cot^{-1}\dfrac{1}{y}+\cot^{-1}\dfrac{1}{z}=\pi$ તો નીચેના પૈકી કયું પરિણામ સાચું છે. [2]

(A) $x+y+z=1$ (B) $x+y+z=xyz$

(C) $xy+yz+zx=xyz$ (D) $xy+yz+zx=2xyz$

64) જો $-\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{\pi}{2}$ તો $\tan^{-1}\left(\dfrac{\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)}{1+\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)}\right)$ = ———.

(A) $-\dfrac{x}{2}$ (B) $\dfrac{x}{2}$

(C) $\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{x}{2}$ (D) $\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{x}{2}$

www.sironline.in

♠♠♠♠

રફ કાર્ય

પ્રશ્ન-3 નો જવાબ :-

$$\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 \\ 1+y & 1+2y & 1 \\ 1+z & 1+z & 1+3z \end{vmatrix}$$

$= (1+x)[1+2y+3z+6zy-1-z] - 1[1+3z+y+3yz-1-z] + 1[1+z+y+yz-1-z-2y-2yz]$

$= 2y+3z+6zy-z+2xy+3zx+6xyz-2x-2z-y-3yz+y+yz-2y-2yz$

$= 6xyz + 2xy + 2yz + 2zx$

$= 2xyz\left[3 + \frac{1}{z} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right]$

$\therefore A = 2$ અને $B = 3 \quad \therefore A+B = 2+3 = 5$

પ્રશ્ન-12 નો ઉકેલ :-

$$\begin{vmatrix} x & 4 & 6 \\ 2 & 3 & -9 \\ 5 & 6 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 5 & 6 & 1 \\ 6 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & -9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 3 & -9 \\ 1-2x & -8 & -11 \\ 5 & 6 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\therefore \begin{vmatrix} x & 4 & 6 \\ 2 & 3 & -9 \\ 5 & 6 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 5 & 6 & 1 \\ 2 & 3 & -9 \\ 6 & 4 & 5 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} 1-2x & -8 & -11 \\ 2 & 3 & -9 \\ 5 & 6 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\therefore \begin{vmatrix} x & 4 & 6 \\ 2 & 3 & -9 \\ 5 & 6 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 6 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & -9 \\ 5 & 6 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1-2x & -8 & -11 \\ 2 & 3 & -9 \\ 5 & 6 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x+6+1-2x & 4+4-8 & 6+5-11 \\ 2 & 3 & -9 \\ 5 & 6 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} 7-x & 0 & 0 \\ 2 & 3 & -9 \\ 5 & 6 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (7-x)[3+54] - 0 + 0 = 0 \Rightarrow 57(7-x) = 0$$

$\Rightarrow 7-x=0$

$\Rightarrow x = 7$

પ્રશ્ન-14 નો ઉકેલ :-

$\int \sin^2 x \cdot \cos^4 x \, dx = \int \frac{1-\cos 2x}{2}\left(\frac{1+\cos 2x}{2}\right)^2 dx = \int \frac{(1-\cos 2x)(1+\cos 2x)(1+\cos 2x)}{8} dx$

$= \frac{1}{8}\int (1-\cos^2 2x)(1+\cos 2x)\,dx = \frac{1}{8}\int (1+\cos 2x - \cos^2 2x - \cos^3 2x)\,dx$

$= \frac{1}{8}\int \left[1+\cos 2x - \frac{1+\cos 4x}{2} - \left(\frac{3}{4}\cos 2x - \frac{1}{4}\cos 6x\right)\right] dx = \frac{1}{8}\int\left[\frac{4+4\cos 2x - 2 - 2\cos 4x - 3\cos 2x + \cos 6x}{4}\right]dx$

$= \frac{1}{32}\int [2+\cos 2x - 2\cos 4x + \cos 6x]\,dx = \frac{1}{32}\left[2x + \frac{\sin 2x}{2} - \frac{2\sin 4x}{4} + \frac{\sin 6x}{6}\right] + c$

$= \frac{1}{96}\left[6x + \frac{3}{2}\sin 2x - \frac{3}{2}\sin 4x + \frac{1}{2}\sin 6x\right] + c$

$\therefore p = 6,\ q = \frac{3}{2},\ r = -\frac{3}{2} \Rightarrow p+q+r = 6+\frac{3}{2}-\frac{3}{2} = 6$

| જવાબ માં $+\frac{1}{2}\sin 6x$ છે $-\frac{1}{2}\sin 6x$ નથી જે સ્થાન માં ભૂલ ગણાય



www.sironline.in

N=164

**પ્રશ્ન-17 નો ઉકેલ:-**

$$A=\begin{bmatrix}1&2&1\\2&1&3\\1&1&0\end{bmatrix}$$

$$A^2=\begin{bmatrix}1&2&1\\2&1&3\\1&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&2&1\\2&1&3\\1&1&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1+4+1&2+2+1&1+6+0\\2+2+3&4+1+3&2+3+0\\1+2+0&2+1+0&1+3+0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6&5&7\\7&8&5\\3&3&4\end{bmatrix}$$

$$A^3=A^2\cdot A=\begin{bmatrix}6&5&7\\7&8&5\\3&3&4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&2&1\\2&1&3\\1&1&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6+10+7&12+5+7&6+15+0\\7+16+5&14+8+5&7+24+0\\3+6+4&6+3+4&3+9+0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}23&24&21\\28&27&31\\13&13&12\end{bmatrix}$$

$$A^3-2A^2+KA-4I_3=0$$

$$\therefore \begin{bmatrix}23&24&21\\28&27&31\\13&13&12\end{bmatrix}-2\begin{bmatrix}6&5&7\\7&8&5\\3&3&4\end{bmatrix}+K\begin{bmatrix}1&2&1\\2&1&3\\1&1&0\end{bmatrix}-4\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}=0$$

$$\begin{bmatrix}23&24&21\\28&27&31\\13&13&12\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}12&10&14\\14&16&10\\6&6&8\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}K&2K&K\\2K&K&3K\\K&K&0\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}4&0&0\\0&4&0\\0&0&4\end{bmatrix}=0$$

$$\begin{bmatrix}7+K&14+2K&7+K\\14+2K&7+K&21+3K\\7+K&7+K&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}$$

$\therefore 7+K=0$

$\therefore K=-7$

---

**પ્રશ્ન-63 નો ઉકેલ:-**

$$\cot^{-1}\frac{1}{x}+\cot^{-1}\frac{1}{y}+\cot^{-1}\frac{1}{z}=\pi$$

$$\therefore \tan^{-1}x+\tan^{-1}y+\tan^{-1}z=\pi$$

$$\therefore \tan^{-1}\left(\frac{x+y}{1-xy}\right)=\pi-\tan^{-1}z$$

$$\therefore \frac{x+y}{1-xy}=\tan(\pi-\tan^{-1}z)$$

$$\frac{x+y}{1-xy}=-\tan(\tan^{-1}z)$$

$$\frac{x+y}{1-xy}=-z$$

$$x+y=-z+xyz$$

$$x+y+z=xyz$$

www.sironline.in